

## NOTICE DE TITRES ET TRAVAUX

## Contents

|                                                                                                                                                                                                                     |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| I. Statistique des Citations                                                                                                                                                                                        | 3  |
| II. PRINCIPAUX TRAVAUX SCIENTIFIQUES DE H. J. DE VEGA                                                                                                                                                               | 3  |
| III. LISTE DES PUBLICATIONS                                                                                                                                                                                         | 4  |
| IV. CONGRÈS ET COURS D'ÉCOLES                                                                                                                                                                                       | 19 |
| V. ORGANISATION DE CONFÉRENCES. L'École Internationale d'Astrophysique Daniel CHALONGE.                                                                                                                             | 28 |
| VI. DIRECTION DE THÈSES                                                                                                                                                                                             | 29 |
| VII. LIVRES                                                                                                                                                                                                         | 29 |
| VIII. Lecteur (Referee) de Journaux Scientifiques                                                                                                                                                                   | 30 |
| IX. Visites de Long Séjour dans des Instituts de Recherche                                                                                                                                                          | 30 |
| X. Position Honoraire                                                                                                                                                                                               | 30 |
| XI. SEMINAIRES                                                                                                                                                                                                      | 31 |
| XII. Diffusion de l'Information Scientifique                                                                                                                                                                        | 32 |
| XIII. Encadrement de Postdocs                                                                                                                                                                                       | 33 |
| XIV. Renormalisation et groupe de renormalisation.                                                                                                                                                                  | 34 |
| XV. Solutions Classiques en Théorie des champs et leur quantification.                                                                                                                                              | 35 |
| A. Vortices en théories de jauge.                                                                                                                                                                                   | 35 |
| B. Quantification de solitons et instantons.                                                                                                                                                                        | 35 |
| C. Les ambiguïtés de Gribov en théories de jauge non-abéliennes et dans la quantification de solitons.                                                                                                              | 36 |
| D. La transformation de scattering inverse en théorie quantique des champs. Scattering inverse dans le moment angulaire et son application à des modèles en $\nu$ dimensions d'espace-temps ( $\nu = 1, 2, 3, 4$ ). | 36 |
| XVI. Théories Intégrables                                                                                                                                                                                           | 38 |
| A. Solutions des équations de Yang-Baxter, théories $W$ invariantes perturbées et théories $Z_N$ invariantes.                                                                                                       | 38 |
| B. Charges non-locales, matrices de monodromie et leur algèbre. (Symétries infinies en théorie des champs intégrables. Algèbres affines $q$ -déformées).                                                            | 39 |
| C. Résolution exacte des modèles sur réseau par la méthode de l'Ansatz de Bethe et des Ansatz de Bethe emboîtées.                                                                                                   | 39 |
| D. Théories des champs comme limite continue des modèles sur réseau: l'approche du cône de lumière. Modèles fermioniques, modèles $\sigma$ et generalizations.                                                      | 40 |
| E. Calculs de taille finie et thermodynamique des théories intégrables (TBA).                                                                                                                                       | 41 |
| F. Groupes quantiques et Ansatz de Bethe. Les conditions de bord compatibles avec l'intégrabilité.                                                                                                                  | 42 |
| G. Les modèles à spins alternés et leur solution exacte.                                                                                                                                                            | 42 |
| H. Symétries de jauge locale dans les modèles intégrables.                                                                                                                                                          | 43 |
| I. Théories de Toda quantique affines.                                                                                                                                                                              | 43 |
| J. Le modèle sine-Gordon complexe quantique.                                                                                                                                                                        | 44 |

|                                                                                                                  |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| K. Le modèle de Thirring de masse nulle et la chaîne XXZ. Fermionisation des spins $Z_n$ .                       | 44 |
| L. Les équations classiques de Yang-Mills self-dual à quatre dimensions                                          | 44 |
| M. Les données de diffusion comme variables d'intégration fonctionnelle.                                         | 45 |
| N. Théories Intégrables et QCD                                                                                   | 45 |
| <b>XVII. Théorie des Cordes</b>                                                                                  | 46 |
| A. Motivations physiques pour la théorie des cordes en espace-temps courbe                                       | 46 |
| B. Résolution des équations de classiques des cordes en espace-temps courbe.                                     | 46 |
| C. Quantification des Cordes en espace temps courbe.                                                             | 48 |
| D. Cordes en cosmologie. Cosmologie self-consistante avec les cordes.                                            | 49 |
| <b>XVIII. Dynamique des Champs Quantiques et Cosmologie</b>                                                      | 50 |
| A. Dynamique près du point critique à hautes températures                                                        | 52 |
| B. Le groupe de renormalisation dynamique: resummation des termes seculaires                                     | 53 |
| C. Théorie des Champs hors d'équilibre et plasma de quarks et gluons                                             | 54 |
| D. Thermalisation en Théorie des Champs                                                                          | 54 |
| E. Rayons Cosmiques d'Energie Extreme                                                                            | 54 |
| <b>XIX. Les fluides autogravitants</b>                                                                           | 55 |
| <b>XX. Théorie de l'Univers Primordial Confrontée aux Observations.</b>                                          | 55 |
| A. L'Inflation comme une Théorie Effective dans l'esprit de Ginsburg-Landau                                      | 56 |
| B. La dépression du quadropole du CMB et son explication naturelle.                                              | 57 |
| C. L'inflaton comme un champ quantique. Désintégration de l'inflaton. Effets observables des boucles quantiques. | 57 |
| D. Champs magnétiques primordiaux                                                                                | 58 |
| E. Neutrinos et ses oscillations                                                                                 | 58 |
| <b>XXI. La Matière Sombre</b>                                                                                    | 58 |

# HECTOR JOSE DE VEGA

Né le 10 avril 1949 à Buenos Aires, Argentine

Nationalité : Français et Argentin.

## TITRES UNIVERSITAIRES

Doctor en Física (Ph D), Universidad de La Plata, Argentine, 1973.

## POSITION PERMANENTE

Directeur de Recherche de Première Classe au C.N.R.S., Section Physique Théorique

## POSITIONS PRÉCÉDENTES

Chargé de Recherche au CNRS, 1981-83.

Attaché de Recherche au CNRS, 1980.

## ADRESSE PROFESSIONNELLE

Laboratoire de Physique Théorique et Hautes Energies,  
Tour 13-14 - 4ème et 5ème étages, Boîte 126,  
Université Pierre et Marie Curie (Paris VI),  
4, place Jussieu 75252 PARIS Cedex 05, FRANCE.

## I. STATISTIQUE DES CITATIONS

Nombre total de citations en Août 2009 d'après Spires: 6794

Indice H en Août 2009: 44.

## II. PRINCIPAUX TRAVAUX SCIENTIFIQUES DE H. J. DE VEGA

- 0 Renormalisation Dimensionelle. Établir pour la première fois (en 1972) que la régularisation dimensionnelle et la renormalisation dimensionnelle peuvent être utilisées avec succès a tous les ordres de perturbations.
- 1 Groupe de renormalisation. Comportement critique dans le cas où un champ reste massif au point critique. [Connu dans la littérature comme 'théorème de Appelquist-Carazzone', qui l'ont fait six mois plus tard aux USA.]
- 2 Solutions de Vortex. Solution exacte au point limite entre la supraconductivité de type I et II. Première solution de l'équation de Dirac dans le champs d'un vortex. Étude de ses propriétés. Le vortex avec indice de Hopf comme anneau fermé et l'étude de ses propriétés. Première solution de vortex dans une théorie de jauge non-abélienne.
- 3 Solution exacte et explicite des instantons des actions effectives à une boucle. [Équations non-linéaires et non-locales à dimension deux, trois et quatre d'espace]. Application aux calcul des grands ordres en série  $1/N$  et perturbatives.
- 4 Calcul systématique des corrections de taille finie dans les théories intégrables. L'article 38 est à l'origine de ce domaine de recherche.
- 5 Charges non-locales en théories de champs intégrables. Établir l'existence d'un nombre infini des charges non-locales conservées et trouver que leur fonctionnelle generatrice obéit l'algèbre de Yang-Baxter. Ceci a montré explicitment et pour la première fois la présence d'une symétrie infinie non-abélienne sur les états physiques des théories des champs intégrables. Cette symétrie a été plus tard appelé Yangian.
- 6 La méthode du cône de lumière. Cette méthode générale permet de trouver et de résoudre (on-shell) les théories des champs sous-jacentes aux modèles à vertex intégrables sur réseau.

- 7 Modèles mixtes et transformations de jauge sur réseau. Méthode générale qui permet de construire des chaînes intégrables avec des spins de type différent à chaque site. Lien entre les transformations de jauge et les twist des conditions de contour.
- 8 L'équation DdV. Elle exprime les équations de l'Ansatz de Bethe pour un système à  $N$  sites comme une équation intégral non-linéaire. Les propriétés physiques sont calculables à partir de l'équation DdV analytique et numériquement.
- 9 Théorie des Champs Hors l'Équilibre. La dynamique des champs quantiques en interaction (hors équilibre) et à des grandes densités d'énergie résolue pour la première fois. L'évolution d'un état quantique (ou matrice densité) est calculée par des méthodes non-perturbatifs développées par nous-mêmes. L'évolution du paramètre d'ordre et des grandeurs physiques comme le nombre de particules, pression, fonctions de corrélation etc. sont explicitement calculés numériquement et analytiquement pour des situations à symétrie brisée et non-brisée. Ceci montre la présence de relaxation anormale. Les exposants correspondants (du temps) ont été calculés comme fonction du couplage.
- 10 Théorie quantique de l'inflation (et sa fin). Nous avons réussi à calculer pour la première fois l'évolution **self-consistente** d'un modèle inflationnaire où la matière est décrite quantiquement (hors-équilibre) et la géométrie de l'espace temps est traitée au niveau semiclassique. Nous avons utilisées les méthodes non-perturbatives hors-équilibre que nous avons développées.
- 11 Théorie des cordes en espace-temps courbe. Avoir trouvé les propriétés physiques de cordes se propageant en espace-temps courbes: trous noirs, espace-temps cosmologiques, onde planes singulières. Chute des cordes dans des singularités de l'espace-temps. Propriétés quantiques et équation d'état. Pour la première fois, une cosmologie self-consistent des cordes est trouvée.
- 12 Fluides Autogravitants. La mécanique statistique du gaz auto-gravitant est investigué complètement par des développements perturbatifs, par des calculs Monte Carlo et par la méthode du champ moyen. Ceci nous permet de trouver l'équation d'état. La distribution des particules résulte inhomogène dans l'état fondamental avec une dimension de Hausdorff  $D \simeq 2$ . Ceci est en bon accord avec des données astronomiques observationnels disponibles.
- 13 Le groupe de renormalisation dynamique et la Cinétique Quantique. Les équations cinétiques quantiques sont obtenues en théorie quantique des champs dans une approche diagrammatique resommé à l'aide du groupe de renormalisation dynamique. La présence des divergences infrarouges produit amortissements non-exponentielles. De plus, une connection directe entre termes séculiers et singularités 'pinch' est établie.
- 14 Théorie de l'Univers Primordial Confrontée aux Observations. Nos principaux résultats dans ce domaine sont: a) Clarification conceptuelle des modèles d'inflation et de l'échelle d'énergie de l'inflation. b) Forme universel du potentiel d'inflation dans l'esprit des théories effectives de Ginsburg-Landau possédant la propriété de slow-roll. c) Combinant l'input théorique avec les données WMAP et LSS via les chaînes de Markov Monte Carlo nous trouvons que le potentiel du champ inflaton est à symétrie brisée, nous trouvons une borne inférieure pour le ratio  $r$  de fluctuations tenseurs/scalaires (gravitons primordiaux) et nous faisons des prédictions quantitatives pour les observables du CMB:  $r \simeq 0.05$  et  $dn_s/d \ln k \simeq -5 \cdot 10^{-4}$  (running). Le ratio  $r$  prédit est probablement mesurable par le satellite Planck. d) Calcul quantitatif des corrections des boucles quantiques au spectre de fluctuations observables du CMB et découverte de l'amplification infrarouge des corrections quantiques des spectres (quasi invariants d'échelle). f) Découverte d'une phase d'inflation rapide 'fast roll inflation', précédant la phase de 'slow roll inflation' et qui explique la suppression du quadrupole du CMB.
- 15 Matière Noire. Nos recherches permettent de cerner la nature de la matière noire combinant nos calculs théoriques avec des observations astronomiques. Nous utilisons les observations de la matière noire en galaxies: densité et dispersion de vitesses en dSphs, ainsi que la densité superficielle des galaxies. Nous avons calculé théoriquement cette quantité qui est une grandeur universelle. Notre résultat principal est que la masse des particules de matière sombre est dans l'échelle du **kilo eV**. Ces particules sont probablement des fermions et peuvent s'avoir découplées en étant ultrarelativistes à des températures de l'ordre de  $\sim 100$  GeV ou plus. Les candidats lourds (WIMPS  $m \sim 100$  GeV) sont très fortement défavorisés.

### III. LISTE DES PUBLICATIONS

- 1 Rank-one separable potentials from nucleon-nucleon phase shifts,

Nuovo Cimento 13A, 923 (1973).  
En collaboration avec F. A. Schaposnik.

- 2 Nuclear matter calculation with a rank-one separable potential.  
Nuovo Cim.Lett. 7, 98 (1973).  
En collaboration avec J.L. Alessandrini et F.A. Schaposnik.
- 3 Dimensional renormalization,  
Journal of Math. Phys. 15, 1998 (1974).  
En collaboration avec F.A. Schaposnik.
- 4 A  $\nu$ -dimensional analysis of the Schwinger term,  
Lett. al Nuovo Cim. 8, 721 (1973).  
En collaboration avec H.O. Girotti.
- 5 Schwinger and Seagull terms in spinor electrodynamics and  
the dimensional regularization method,  
Nucl. Phys., B79, 77 (1974).  
En collaboration avec H.O. Girotti.
- 6 Renormalization group approach to antiferromagnetic critical behavior,  
Phys. Rev. B10, 3906 (1974).  
En collaboration avec V.A. Alessandrini et F.A. Schaposnik.
- 7 Critical behavior of a two-lattice model of antiferromagnetic phase transitions,  
Phys. Rev. B12, 5034 (1975).  
En collaboration avec V.A. Alessandrini et F.A. Schaposnik.
- 8 Multiplicative renormalization of composite operators.  
Journ. Math. Phys. 17, 1248 (1976).  
En collaboration avec F.A. Schaposnik.
- 9 Classical vortex solution of the abelian Higgs model,  
Phys. Rev. D14, 1100 (1976).  
En collaboration avec F.A. Schaposnik.  
Republié par C. Rebbi et G. Soliani en 'Solitons and Particles',  
World Scientific, Singapore, 1984.
- 10 Two-loop quantum corrections to the soliton mass  
in two-dimensional scalar field theories,  
Nucl. Phys. B115, 411 (1976).
- 11 Fermions and vortex solutions in abelian and non-abelian gauge theories,  
Phys. Rev. D18, 2932 (1978).
- 12 Closed vortices and the Hopf index in classical field theory,  
Phys. Rev. D18, 2945 (1978).
- 13 Real time approach to instanton phenomena.  
I - Multidimensional potentials with degenerate absolute minima,  
Nucl. Phys. B139, 20 (1978).  
En collaboration avec J.L. Gervais et B. Sakita.
- 14 II - Multidimensional potentials with continuous symmetry,  
Nucl. Phys. B143, 125 (1978).  
En collaboration avec J.L. Gervais et B. Sakita.
- 15 Wave functions and energy for vacuum and heavy quarks from WKB  
Schrödinger equation for massive gauge theories with instantons,  
Phys. Rev. D19, 604 (1979).  
En collaboration avec J.L. Gervais et B. Sakita.
- 16 Gribov's ambiguities and horizons,  
Phys. Rev. D19, 3072 (1979).

- 17 Large orders in the  $1/N$  perturbations theory by inverse scattering in one dimension, Comm. Math. Phys. 70, 29 (1979).
- 18 Field theories with an infinite number of conservation laws and Bäcklund transformations in two dimensions, Phys. Lett. B87, 233 (1979).
- 19 Functional integration through inverse scattering variables, I. Phys. Rev. D21, 395 (1980).
- 20 Functional integration through inverse scattering variables, II. Phys. Rev. D22, 2400 (1980).
- 21 The non-linear sigma model in the  $1/N$  expansion and the inverse scattering transformation in the angular momentum. Phys. Lett. B98, 280 (1981).  
Republié dans 'Large-Order behavior of perturbation theory', Jean-Claude LeGuillou et Jean Zinn-Justin, éditeurs, North-Holland, Amsterdam, 1990.
- 22 The inverse scattering transformation in the angular momentum plane. Comm. Math. Phys. 81, 313 (1981).
- 23 Renormalization character and quantum S-matrix for a classically integrable theory. Phys. Lett. 101B, 302 (1981).  
En collaboration avec J.M. Maillet.
- 24 Solutions of the factorization equations from Toda field theory. Nucl. Phys. B190, 542 (1981).  
En collaboration avec O. Babelon et C.M. Viallet.
- 25 Exact solution of the  $Z_{n+1} \otimes Z_{n+1}$  symmetric generalization of the XXZ model. Nucl. Phys. B200, 266 (1982).  
En collaboration avec O. Babelon et C.M. Viallet.
- 26 Non-uniform external fields and vacuum properties in a two-dimensional gauge theory. Phys. Rev. D26, 2814 (1982).  
En collaboration avec F.A. Schaposnik.
- 27 Inverse scattering methods and the  $1/N$  expansion applied to field theory in more than two dimensions. Physical Review Letters 49, 3 (1982).
- 28 Analysis of the Bethe Ansatz equations of the XXZ model. Nucl. Phys. B220, 13 (1983).  
En collaboration avec O. Babelon et C.M. Viallet.
- 29 Exact excitations spectrum of the  $Z_{n+1} \otimes Z_{n+1}$  generalized Heisenberg model. Nucl. Phys. B 220 (FS8) 282 (1983).  
En collaboration avec O. Babelon et C.M. Viallet.
- 30 Semiclassical quantization of the complex sine-Gordon field theory. Phys. Rev. **D28**, 1441 (1983).  
En collaboration avec J.M. Maillet.
- 31  $1/N$  expansion for invariant potentials in quantum mechanics. Nucl. Phys. **B224**, 61 (1983).  
En collaboration avec J. Avan.
- 32 Classical and quantum algebras of non-local charges in sigma models. Comm. Math. Phys. 92, 507 (1984).  
En collaboration avec H. Eichenherr et J.M. Maillet.

- 33 Canonical charge algebras for integrable fermionic theories.  
Phys. Letters **B 132**, 337 (1983).  
En collaboration avec H. Eichenherr et J.M. Maillet.
- 34 Classical solutions by inverse scattering transformations  
in any number of dimensions.  
I. The gap equation and the effective action.  
Phys. Rev. **D29**, 2891 (1984).  
En collaboration avec J. Avan.  
Republié dans ‘Large-Order behavior of perturbation theory’, Jean-Claude LeGuillou et Jean Zinn-Justin, edi-  
teurs, North-Holland, Amsterdam, 1990.
- 35 II. Instantons and the large orders of the  $1/N$  series for the  $(\vec{\phi}^2)^2$  theory  
in  $\nu$  dimensions ( $\nu = 1, 2, 3, 4$ ).  
Phys. Rev. **D29**, 2904 (1984).  
En collaboration avec J. Avan.  
Republié dans ‘Large-Order behavior of perturbation theory’, Jean-Claude LeGuillou et Jean Zinn-Justin, edi-  
teurs, North-Holland, Amsterdam, 1990.
- 36 Families of commuting transfer matrices and integrable models with disorder.  
Nucl. Phys. **B 240**, 495 (1984).
- 37 Yang-Baxter algebras of monodromy matrices in integrable quantum field theories.  
Nucl. Phys. **B 240**, 377 (1984).  
En collaboration avec H. Eichenherr et J.M. Maillet.
- 38 Method for calculating finite size connections in the Bethe Ansatz systems:  
Heisenberg chain and six-vertex model.  
Nucl. Phys. **B 251**, 439 (1985).  
En collaboration avec F. Woynarovich.
- 39 On the fermionization of a class of generalized Heisenberg chains.  
Phys.Lett. **B 151**, 135 (1985).  
En collaboration avec T. T. Truong.
- 40 Instantons of two-dimensional effective actions by  
inverse scattering transformation.  
Comm. Math. Phys. **102**, 463 (1985).  
En collaboration avec J. Avan.
- 41 Inverse scattering transform and instantons  
of four dimensional Yukawa and  $\phi^4$  theories.  
Nucl. Phys. **B269**, 621 (1986).  
En collaboration avec J.Avan.
- 42 Finite size corrections in the XYZ Heisenberg chain.  
Phys. Rev. **B32**, 5959 (1985).  
En collaboration avec H.O. Martin.
- 43 Conformally covariant linear system for  
the four dimensional self-dual Yang-Mills theories.  
Phys. Lett. **B171**, 255 (1986).  
En collaboration avec J. Avan et J.M. Maillet.
- 44 Electrically charged vortices in non-Abelian gauge theories with Chern-Simons terms. Phys. Rev. Lett. **56**,  
2564 (1986) et  
Comment in Phys. Rev. Lett. **59**, 377 (1987).  
En collaboration avec F.A. Schaposnik.
- 45 Vortices and electrically charged vortices in non-Abelian gauge theories Phys. Rev. **D34**, 3206 (1986).  
En collaboration avec F.A. Schaposnik.

- 46 Kac-Moody algebras, YBZF algebras and integrable field theories.  
Phys.Lett. **B177**, 171 (1986).
- 47 Exact Bethe Ansatz solution of  $0(2N)$  symmetric models.  
Nucl. Phys. **B 280**, 225 (1987).  
En collaboration avec M. Karowski.
- 48 Conformally covariant approach to the integrability of self-dual Yang-Mills:  
linear system,  $\beta$ -planes, infinitesimal Bäcklund transformations  
and infinite dimensional algebras.  
Int. J. Mod. Phys. **A3**, 1273 (1988).  
En collaboration avec J. Avan.
- 49 Integrable magnetic chains and local gauge invariance.  
Phys. Lett. **B 186**, 180 (1987).  
En collaboration avec E. Lopes.
- 50 Conformal invariance and integrable theories.  
Nucl. Phys. **B 285**, 619 (1987).  
En collaboration avec M. Karowski.
- 51 Finite-size corrections for nested Bethe Ansatz models and conformal invariance.  
J. Phys. **A 20**, 6023 (1987).
- 52 String quantization in accelerated frames and black holes.  
Nucl. Phys. **B 299**, 818 (1988).  
En collaboration avec N. Sánchez.
- 53 Light-cone lattice approach to fermionic theories in two dimensions :  
the massive Thirring model.  
Nucl. Phys. **B 290**, 363 (1987).  
En collaboration avec C. Destri.
- 54 A new approach to string quantization in curved space-times.  
Phys. Lett. **B 197**, 320 (1987).  
En collaboration avec N. Sánchez.
- 55 Integrable QFT and conformal field theories  
from lattice models in the light-cone approach.  
Phys. Lett. **B201**, 261 (1988).  
En collaboration avec C. Destri.
- 56 On the connection between the principal Chiral model  
and the multiflavour Chiral Gross-Neveu model.  
Phys. Lett. **B201**, 245 (1988).  
En collaboration avec C. Destri.
- 57 Light-cone lattices and the exact solution of Chiral fermion and sigma models.  
J. Phys. **A 22**, 1329, (1989).  
En collaboration avec C. Destri.
- 58 Non-linear multi-plane wave solutions of self-dual Yang-Mills theory.  
Comm. Math. Phys **116**, 659 (1988).
- 59 Integrable vertex models and extended conformal invariance.  
J. Phys. **A 21**, L 1089 (1988).
- 60 Quantum dynamics of strings in black hole spacetimes.  
Nucl. Phys. **B309**, 552 (1988).  
En collaboration avec N. Sánchez.
- 61 The scattering of strings by a black hole.  
Nucl. Phys. **B309**, 577 (1988).  
En collaboration avec N. Sánchez.

- 62 Particle scattering at the Planck scale and the Aichelburg-Sexl geometry.  
Nucl. Phys. B317, 731 (1989).  
En collaboration avec N. Sánchez.
- 63 Jacobian subtleties and the complete path-integral bosonization  
of the non-abelian Thirring model.  
Phys. Lett. B 208, 255 (1988).  
En collaboration avec C. Destri.
- 64 Intertwining vectors and the connection between critical vertex and SOS models.  
J. Phys. A 22, 2759 (1989).  
En collaboration avec H. J. Giacomini.
- 65 Quantum string scattering in the Aichelburg-Sexl geometry.  
Nuclear Physics, B 317, 706 (1989).  
En collaboration avec N. Sánchez.
- 66 Yang-Baxter algebras, Integrable QFT,  
Conformal invariant models and quantum groups.  
Int. J. Mod. Phys. (review section), 4, 2371-2463 (1989).
- 67 Quantum group generalization of string theory.  
Phys. Lett. B 216, 97 (1988).  
En collaboration avec N. Sánchez.
- 68 The Thirring model from the XXZ Heisenberg chain. Schwinger terms.  
Phys. Lett. B 217, 142 (1989).  
En collaboration avec T. J. M. Simões.
- 69 The six-vertex model eigenvectors as critical limit  
of the eight-vertex model Bethe-Ansatz.  
J. Stat. Phys. 56, 291 (1989).  
En collaboration avec C. Destri et H. J. Giacomini.
- 70 Twisted boundary conditions in conformal invariant theories.  
Phys. Lett. **B 223**, 365 (1989).  
En collaboration avec C. Destri.
- 71 On the continuous limit of the eight-vertex model.  
Mod. Phys. Lett. **A 4**, 2595 (1989).  
En collaboration avec C. Destri.
- 72 Face Algebras and Exact Bethe Ansatz solutions for SOS models.  
Int. J. Mod. Phys. **A 5**, 1611 (1990).
- 73 Solution of the Bethe Ansatz equations with complex roots for finite size:  
the spin  $S \geq 1$  isotropic and anisotropic chains.  
J. Phys. **A 23**, 1613 (1990).  
En collaboration avec F. Woynarovich.
- 74 Quantum String Scattering in a Cosmic String Space-time.  
Phys. Rev. **D42**, 3969 (1990).  
En collaboration avec N. Sánchez.
- 75 The Exact S-Matrix of the Affine  $E_8$  Toda Field Theory.  
Phys. Lett. **B 233**, 336 (1989).  
En collaboration avec C. Destri.
- 76 Particle transmutation from the scattering of strings and  
superstrings in curved spacetime.  
Nuclear Physics **B 351**, 277 (1991)  
En collaboration avec M. Ramón Medrano et N. Sánchez.

- 77 Exact tadpoles and dressed couplings in the  $A_n$  Toda field theory.  
Phys. Lett. **B 253**, 129 (1991).  
En collaboration avec C. Destri.
- 78 Quantum string propagation through gravitational shock-waves.  
Phys. Lett. **B 244**, 215 (1990).  
En collaboration avec N. Sánchez.
- 79 The octonionic S-matrix.  
Phys. Lett. **B 244**, 295 (1990).  
En collaboration avec H. Nicolai.
- 80 Spacetime singularities in string theory and string propagation through gravitational shock-waves.  
Phys. Rev. Lett. (C), **65**, 1517 (1990).  
En collaboration avec N. Sánchez.
- 81 Exact solution of the  $A_n^{(2)}$  lattice models.  
J. Phys. **A 23**, L905 (1990).  
En collaboration avec E. Lopes.
- 82 Factorizable S-matrices for perturbed W-invariant theories.  
Int. J. Mod Phys. **A6** 3221, (1991).  
En collaboration avec V. A. Fateev.
- 83 Strings in gravitational shock-wave backgrounds.  
Ann. Phys. **211**, 223 (1991)  
En collaboration avec M. E. V. Costa.
- 84 Quantum string scattering by gravitational shock-waves.  
Ann. Phys. **211**, 235 (1991)  
En collaboration avec M. E. V. Costa.
- 85 New exact results in affine Toda field theories:  
free energy and wavefunction renormalizations.  
Nucl. Phys. **B 358**, 251 (1991).  
En collaboration avec C. Destri.
- 86 The exact S-matrices associated to non-simply laced affine Toda field theories:  
the  $B_n^{(1)}$  and  $C_n^{(1)}$  cases.  
Phys. Lett. **B 256**, 173 (1991).  
En collaboration avec C. Destri et V. A. Fateev.
- 87 Mass and energy-momentum tensor of quantum strings in gravitational shock-waves.  
Int. J. Mod. Phys. **A 7**, 3043 (1992).  
En collaboration avec N. Sánchez.
- 88 Strings falling into spacetime singularities.  
Phys. Rev. **D45**, 2783 (1992).  
En collaboration avec N. Sánchez.
- 89 Exact solution of the  $B_n^{(1)}$ ,  $D_n^{(1)}$ ,  $A_{2n}^{(2)}$ ,  $A_{2n-1}^{(2)}$ ,  $D_n^{(2)}$  and  $E_6^{(2)}$  lattice models.  
Nucl. Phys. **B 362**, 261 (1991).  
En collaboration avec E. Lopes.
- 90 Exact solution of the Perk-Schultz model.  
Phys. Rev. Lett. **67**, 489 (1991).  
En collaboration avec E. Lopes.
- 91 Families of integrable quantum magnetic chains.  
LPTHE preprint 91/29. En collaboration avec E. Lopes.

- 92 Bethe Ansatz and Quantum groups. The light-cone lattice approach.  
I. Six vertex and SOS models.  
Nucl. Phys. **B 374**, 692 (1992).  
En collaboration avec C. Destri.
- 93 New Integrable Quantum Chains combining different kind of spins.  
J. Phys. **A 25**, 4499 (1992).  
En collaboration avec F. Woynarovich.
- 94 Scattering of Superstrings by Cosmic Strings.  
Nucl. Phys. **B 374**, 405 (1992).  
En collaboration avec M. Ramón Medrano et N. Sánchez.
- 95 String propagation through supergravitational shock-waves.  
Nucl. Phys. **B 374**, 425 (1992).  
En collaboration avec M. Ramón Medrano et N. Sánchez.
- 96 Factorizable S-Matrices from Non-local  $Z_N$  charges.  
J. Phys. **A 25**, 2693 (1992) .  
En collaboration avec V. A. Fateev.
- 97 Boson-Fermion and Fermion-Boson Transmutations induced by  
Supergravity backgrounds in Superstring theory.  
Phys. Lett. **B285**, 206 (1992).  
En collaboration avec M. Ramón-Medrano et N. Sánchez.
- 98 Bethe Ansatz and Quantum groups: The light-cone lattice approach.  
II. From RSOS( $p + 1$ ) models to  $p$ -restricted Sine-Gordon Field Theories.  
Nucl. Phys. **B385**, 361 (1992).  
En collaboration avec C. Destri.
- 99 New approach to thermal Bethe Ansatz.  
Phys. Rev. Lett. **69**, 2313 (1992).  
En collaboration avec C. Destri.
- 100 Exact Integrability of Strings in D-dimensional de Sitter spacetime.  
Phys. Rev. **D47**, 3394 (1993).  
En collaboration avec N. Sánchez.
- 101 Classical and Quantum Strings near spacetime singularities:  
Gravitational plane waves with arbitrary polarization.  
Classical and Quantum Gravity **10**, 2007 (1993).  
En collaboration avec M. Ramón Medrano et N. Sánchez.
- 102 Exact String Solutions in 2+1-dimensional de Sitter Spacetime.  
En collaboration avec A. V. Mikhailov et N. Sánchez.  
Theoretical Mathematical Physics, **94**, 232 (1993).  
Numéro spécial à la mémoire de M. C. Polivanov.
- 103 Quantum Rolling down out of Equilibrium.  
Phys. Rev. **D47**, 2343 (1993).  
En collaboration avec D. Boyanovsky.
- 104 Strings in Strong Gravitational Fields.  
En collaboration avec A. Nicolaidis  
Phys. Lett. **B 295**, 214 (1992).
- 105 Boundary K-matrices for the six-vertex and the  $n(2n - 1) A_{n-1}$  vertex models.  
J. Phys. **A 26**, L519 (1993).  
En collaboration avec A. González Ruiz.
- 106 Exact Solution of the general Non-Intersecting String Model.  
Nucl. Phys. **B410**, 550 (1993).  
En collaboration avec G. Giavarini.

- 107 Yang-Baxter symmetry in integrable models:  
new light from the Bethe Ansatz solution.  
Nucl. Phys. **B 406**, 566 (1993).  
En collaboration avec C. Destri.
- 108 Thermodynamics of Integrable Chains with Alternating Spins.  
Phys. Rev. **B 49**, 13223 (1994).  
En collaboration avec Luca Mezincescu et Rafael I. Nepomechie.
- 109 The two-dimensional Stringy black-hole: a new approach and a new effect.  
Int. J. Mod. Phys. **A 11**, 1463 (1996).  
En collaboration avec J. Ramírez Mittelbrunn, M. Ramón Medrano et N. Sánchez.
- 110 Boundary K-matrices for the XYZ, XXZ and XXX spin chains.  
J. Phys. **A 27**, 6129 (1994).  
En collaboration avec A. González Ruiz.
- 111 Exact solution of the  $SU_q(n)$  invariant quantum spin chains.  
Nucl. Phys. **B 417**, 553 (1994).  
En collaboration avec A. González Ruiz.
- 112 Multi-string solutions by soliton methods in de Sitter spacetime.  
Phys. Rev. **D50**, 2754 (1994).  
En collaboration avec F. Combes, A. V. Mikhailov et N. Sánchez.
- 113 Strings in cosmological and black hole backgrounds: ring solutions.  
Phys. Rev. **D49**, 763 (1994).  
En collaboration avec I. L. Egusquiza.
- 114 Non-equilibrium evolution of scalar fields in FRW cosmologies.  
Phys. Rev. **D49**, 2769 (1994).  
En collaboration avec D. Boyanovsky et R. Holman.
- 115 The general solution of the 2-D sigma model stringy black hole  
and the massless complex sine-Gordon model.  
Phys. Lett. **B 323**, 133 (1994).  
En collaboration avec J. Ramírez Mittelbrunn, M. Ramón Medrano et N. Sánchez.
- 116 Infinitely many strings in de Sitter spacetime:  
expanding and oscillating elliptic function solutions.  
Nucl. Phys. **B 427**, 643 (1994).  
En collaboration avec A. L. Larsen et N. Sánchez.
- 117 Can disordered chiral condensates form? A dynamical perspective.  
Phys. Rev. **D51**, 734 (1995).  
En collaboration avec D. Boyanovsky et R. Holman.
- 118 The Highest Weight property for the  $SU_q(n)$  invariant spin chains.  
Phys. Lett. **B 332**, 123 (1994).  
En collaboration avec A. González Ruiz.
- 119 Scalar Kinks.  
Int. J. Mod. Phys. **B 8**, 3473 (1994).  
En collaboration avec Luca Mezincescu et Rafael I. Nepomechie.
- 120 Exact Bethe Ansatz solution for  $A_{n-1}$  chains  
with non- $SU_q(n)$  invariant open boundary conditions.  
Mod. Phys. Lett. **A 24**, 2207 (1994).  
En collaboration avec A. González Ruiz.
- 121 Back Reaction of Strings in Self Consistent String Cosmology.  
Phys. Rev. **D50**, 7202 (1994).  
En collaboration avec N. Sánchez.

- 122 Unified approach to thermodynamic Bethe Ansatz and finite size corrections for lattice models and field theories. Nucl. Phys. **B 438**, 413 (1995).  
En collaboration avec C. Destri.
- 123 Dissipation via particle production in scalar field theories. En collaboration avec D. Boyanovsky, R. Holman, D S Lee et A Singh. Phys. Rev. **D51**, 4419 (1995).
- 124 Semi-Classical Quantization of Circular Strings in de Sitter and anti de Sitter Spacetimes. En collaboration avec A. L. Larsen et N. Sánchez. Phys. Rev. **D51**, 6917 (1995).
- 125 String Quantization in Curved Spacetimes: Null String Approach. En collaboration avec I. Giannakis et A. Nicolaidis. Mod. Phys. Lett. **A 10**, 2479 (1995).
- 126 Classical Splitting of Fundamental Strings. Phys. Rev. **D52**, 4609 (1995).  
En collaboration avec J. Ramírez Mittelbrunn, M. Ramón Medrano et N. Sánchez.
- 127 Reheating the Post Inflationary Universe. LPTHE preprint 95-18, hep-ph/9505220.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, M. D'Attanasio, R. Holman, D.-S. Lee et A. Singh.
- 128 Multistring solutions in inflationary spacetimes. Class. and Quantum Gravity **13**, 1041 (1996).  
En collaboration avec I. L. Egusquiza.
- 129 Quantum bosonic string energy-momentum tensor in Minkowski space-time. LPTHE preprint 95-26, hep-th/9601012.  
En collaboration avec E. J. Copeland et A. Vázquez.
- 130 Strings around, near and inside a black hole. Phys. Rev. **D53**, 3296 (1996).  
En collaboration avec I. L. Egusquiza.
- 131 Reheating and Thermalization: Linear vs. Non-linear Relaxation. Phys. Rev. **D52**, 6805 (1995).  
En collaboration avec D. Boyanovsky, M. D'Attanasio, R. Holman et D.-S. Lee.
- 132 Evolution of inhomogeneous condensates after phase transitions, Phys. Rev. **D54**, 1748 (1996) .  
En collaboration avec D. Boyanovsky, M. D'Attanasio et R. Holman.
- 133 Self-gravity as an explanation of the fractal structure of the interstellar medium. En collaboration avec N. Sánchez et F. Combes. Nature, **383**, 56 (1996).
- 134 Predicting the fractal dimension of the interstellar medium from field theory and the renormalization group. En collaboration avec N. Sánchez et F. Combes. Phys. Rev. **D54**, 6008 (1996).
- 135 Planetoid string solutions in 3 + 1 axisymmetric spacetimes, En collaboration avec I. L. Egusquiza, Phys. Rev. **D54**, 7513 (1996).
- 136 Analytic and Numerical Study of Preheating Dynamics. En collaboration avec D. Boyanovsky, R. Holman et J. F. J. Salgado. Phys. Rev. **D54**, 7570 (1996).
- 137 Out of Equilibrium Dynamics of an Inflationary phase transition. En collaboration avec D. Boyanovsky, D. Cormier et R. Holman. Phys. Rev. **D55**, 3373 (1997).

- 138 Non-linear integral equation and excited-states scaling functions in the sine-Gordon model.  
En collaboration avec C. Destri, Nucl. Phys. **B503**, 621 (1997).
- 139 Order parameter evolution in scalar QFT: renormalization group resummation of secular terms.  
En collaboration avec J. F. J. Salgado, Phys. Rev. **D56**, 6524 (1997).
- 140 Enhancement of photon production from Non Equilibrium Disoriented Chiral Condensates.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, R. Holman et S. Prem Kumar,  
Phys. Rev. **D56**, 5233 (1997).
- 141 Scalar Field Dynamics in FRW Space-times.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, D. Cormier, R. Holman, A. Singh et M. Srednicki, Phys. Rev. **D56**, 1939 (1997).
- 142 Non-Equilibrium Production of Photons via  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  in DCC's.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, R. Holman et S. Prem Kumar,  
Phys. Rev. **D56**, 3929 (1997).
- 143 Non-Perturbative Quantum Dynamics of a New Inflation Model.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, D. Cormier, R. Holman et S. Prem Kumar,  
Phys. Rev. **D57**, 2166 (1998).
- 144 Non-equilibrium evolution of a 'Tsunami': Dynamical Symmetry Breaking.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, R. Holman, S. Prem Kumar et R. D. Pisarski, Phys. Rev. **D57**, 3653 (1998).
- 145 Asymptotic Dynamics in Scalar Field Theory: Anomalous Relaxation.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, C. Destri, R. Holman et J. F. J. Salgado,  
Phys. Rev. **D57**, 7388 (1998).
- 146 The fractal structure of the universe : a new field theory approach,  
En collaboration avec N. Sánchez et F. Combes.  
Astrophys. Journal, **500**, 8 (1998).
- 147 Evolution of Inhomogeneous Condensates: Self-consistent Variational Approach.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, F. Cooper et P. Sodano,  
Phys. Rev. **D58**, 025007 (1998).
- 148 Real-time relaxation and kinetics in hot scalar QED: Landau damping.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, R. Holman, S. Prem Kumar et R. D. Pisarski, Phys. Rev. **D58**, 125009 (1998).
- 149 Quantum String Dynamics in the conformal invariant SL(2,R) WZWN Background: Anti-de Sitter Space with Torsion.  
En collaboration avec A. L. Larsen et N. Sánchez, Phys. Rev. **D58**, 026001 (1998).
- 150 Quantum kinetics and thermalization in an exactly solvable model.  
En collaboration avec S. M. Alamoudi, D. Boyanovsky et R. Holman,  
Phys. Rev. **D59**, 025003 (1998).  
Quantum kinetics and thermalization in a particle bath model. Mêmes auteurs,  
Phys. Rev. **E60**, 94 (1999).
- 151 Fractal Structures and Scaling Laws in the Universe: Statistical Mechanics of the Self-Gravitating Gas.  
En collaboration avec N. Sánchez et F. Combes.  
'Journal of Chaos, Solitons and Fractals': 'Superstrings, M, F, S...theory', M. S El Naschie and C. Castro,  
Editors, vol. 10 no.1, p. 329, 1999 (astro-ph/9807048).
- 152 Dynamical renormalization group resummation of finite temperature infrared divergences.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, R. Holman et M. Simionato,  
Phys. Rev. **D60**, 065003 (1999).
- 153 Fermion Damping in a Fermion-Scalar Plasma.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, Y. J. Ng, D.-S. Lee et S.-Y. Wang,  
Phys. Rev. **D59**, 105001 (1999).

- 154 Non-Equilibrium Bose-Einstein condensates, dynamical scaling and symmetric evolution in large  $N$   $\Phi^4$  theory.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, R. Holman et J. Salgado,  
Phys. Rev. **D59**, 125009 (1999).
- 155 Anomalous Kinetics of Hard Charged Particles: Dynamical Renormalization Group Resummation.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, Phys. Rev. **D59**, 105019 (1999).
- 156 Damping Rates and Mean Free Paths of Soft Fermion Collective Excitations in a Hot Fermion-Gauge-Scalar Theory.  
En collaboration avec S.-Y. Wang, D. Boyanovsky, D.-S. Lee et Y. J. Ng,  
Phys. Rev. **D61**, 065004 (2000).
- 157 Renormalization group flow and fragmentation in the self-gravitating thermal gas.  
En collaboration avec B. Semelin, N. Sánchez et F. Combes,  
Phys. Rev. **D59**, 125021 (1999).
- 158 Generation of gravitational waves by generic sources in de Sitter space-time.  
En collaboration avec J. Ramírez et N. Sánchez, Phys. Rev. **D60**, 044007 (1999).
- 159 The Statistical Mechanics of the Self-Gravitating Gas: Equation of State and Fractal Dimension. En collaboration avec N. Sánchez, Phys. Lett. **B490**, 180 (2000).
- 160 Anomalous Pseudoscalar-Photon Vertex In and Out of Equilibrium.  
En collaboration avec S. Prem Kumar, Daniel Boyanovsky et Richard Holman,  
Phys. Rev. **D61**, 065002 (2000).
- 161 Non-Singular String-Cosmologies From Exact Conformal Field Theories.  
En collaboration avec A. L. Larsen et N. Sánchez,  
Phys. Rev. **D61**, 066003 (2000).
- 162 Initial Time Singularities in Non-Equilibrium Evolution of Condensates and Their Resolution in the Linearized Approximation.  
En collaboration avec J. Baacke et D. Boyanovsky,  
Phys. Rev. **D 63**, 045023 (2001)
- 163 Self-gravitating fluid dynamics, unstabilities and solitons.  
En collaboration avec B. Semelin et N. Sánchez, Phys. Rev. **D 63**, 084005 (2001)
- 164 Non-equilibrium quantum plasmas in scalar QED: photon production, magnetic and Debye masses and conductivity.  
En collaboration avec D. Boyanovsky et M. Simionato,  
Phys. Rev. **D61**, 085007 (2000).
- 165 Dynamical Renormalization Group Approach to Quantum Kinetics in Scalar and Gauge Theories.  
En collaboration avec D. Boyanovsky et S.-Y. Wang,  
Phys. Rev. **D61**, 065006 (2000).
- 166 Dynamics of Symmetry Breaking in FRW Cosmologies: Emergence of Scaling.  
En collaboration avec D. Boyanovsky.  
Phys. Rev. **D61** , 105014 (2000).
- 167 Non-equilibrium dynamics in quantum field theory at high density: the tsunami.  
En collaboration avec F. J. Cao, Phys. Rev. **D63**, 045021 (2001).
- 168 Relaxing Near the Critical Point.  
En collaboration avec D. Boyanovsky et M. Simionato,  
Phys. Rev. **D63** , 045007 (2001).
- 169 Real-time nonequilibrium dynamics in hot QED plasmas: dynamical renormalization group approach.  
En collaboration avec S.-Y. Wang, D. Boyanovsky et D.-S. Lee,  
Phys. Rev. **D62**, 105026 (2000).

- 170 Non-Fermi Liquid Aspects of Cold and Dense QED and QCD: Equilibrium and Non-Equilibrium.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, Phys. Rev. **D 63**, 034016 (2001)
- 171 The Landau Pole at Finite Temperature.  
En collaboration avec M. Simionato, Phys. Rev. **D64**, 021703(R), 2001.
- 172 The Specific Heat of Normal, Degenerate Quark Matter: Non-Fermi Liquid Corrections.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, Phys. Rev. **D 63**, 114028 (2001)
- 173 Statistical Mechanics of the Self-Gravitating Gas: I. Thermodynamic Limit and Phase Diagram.  
En collaboration avec N. Sánchez, Nuclear Physics **B 625**, 409 (2002).
- 174 Statistical Mechanics of the Self-Gravitating Gas: II. Local Physical Magnitudes and Fractal Structures.  
En collaboration avec N. Sánchez, Nuclear Physics **B 625**, 460 (2002).
- 175 Inflation from Tsunami-waves.  
En collaboration avec D. Boyanovsky et F. J. Cao, Nucl. Phys. **B 632**, 121 (2002).
- 176 Interaction of Reggeized Gluons in the Baxter-Sklyanin Representation. En collaboration avec L. N. Lipatov, Phys. Rev. **D 64**, 114019 (2001)
- 177 Dynamics of  $O(N)$  chiral supersymmetry at finite energy density.  
En collaboration avec J. Baacke, D. Cormier et K. Heitmann, Phys. Lett. **B520**, 317 (2001).
- 178 Non-Equilibrium Large  $N$  Yukawa Dynamics: marching through the Landau pole.  
En collaboration avec Daniel Boyanovsky, Richard Holman et Matthew R. Martin, Phys. Rev. **D 65**, 045007 (2002).
- 179 Dynamical renormalization group approach to the Altarelli-Parisi-Lipatov equations. En collaboration avec D. Boyanovsky, D.-S. Lee, S.-Y. Wang et H.-L. Yu, Phys. Rev. **D 65**, 045014 (2002).
- 180 Out of Equilibrium Non-perturbative Quantum Field Dynamics in Homogeneous External Fields.  
En collaboration avec F. J. Cao, Phys. Rev. **D 65**, 045012 (2002).
- 181 Dynamics near the critical point: the hot renormalization group in quantum field theory. En collaboration avec D. Boyanovsky, Phys. Rev. **D 65**, 085038 (2002).
- 182 Out of Equilibrium Dynamics of Supersymmetry at High Energy Density.  
En collaboration avec J. Baacke, D. Cormier et K. Heitmann, Nucl. Phys. **B649**, 415 (2003).
- 183 Statistical Mechanics of the Self-gravitating gas with two or more kinds of Particles.  
En collaboration avec J. Siebert, Phys. Rev. **E66**, 016112 (2002).
- 184 UHECR as Decay Products of Heavy Relics? The Lifetime Problem.  
En collaboration avec N. Sánchez, Phys. Rev. **D 67**, 125019 (2003).
- 185 Exact resolution of the Baxter equation for reggeized gluon interactions.  
En collaboration avec L. Lipatov, Phys. Rev. **D 66**, 074013 (2002)
- 186 Magnetic field generation from non-equilibrium phase transitions.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, M. Simionato, Phys. Rev. **D 67**, 023502 (2003).
- 187 Large scale magnetogenesis from a non-equilibrium phase transition in the radiation dominated era.  
En collaboration avec D. Boyanovsky et M. Simionato, Phys. Rev. **D 67**, 123505 (2003).
- 188 Dynamical renormalization group approach to transport in ultrarelativistic plasmas: the electrical conductivity in high temperature QED.  
En collaboration avec D. Boyanovsky et S. Y. Wang, Phys. Rev. **D 67**, 065022 (2003)

- 189 Dynamical renormalization group approach to relaxation in quantum field theory.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, Ann. Phys. **307**, 335 (2003).
- 190 The self-gravitating gas in the presence of dark energy.  
En collaboration avec J. A. Siebert, Nucl. Phys. **B 707**, 529 (2005).
- 191 Are direct photons a clean signal of a thermalized quark gluon plasma?  
En collaboration avec D. Boyanovsky, Phys. Rev. **D68**, 065018 (2003).
- 192 Approach to thermalization in the classical  $\phi^4$  theory in 1 + 1 dimensions: energy cascades and universal scaling.  
En collaboration avec D. Boyanovsky et C. Destri, Phys. Rev. **D 69**, 045003 (2004).
- 193 The Cluster Expansion for the Self-Gravitating gas and the Thermodynamic Limit.  
En collaboration avec N. Sanchez, Nucl. Phys. **B711**, 604 (2005).
- 194 BFKL Pomeron at non-zero temperature and integrability of the Reggeon dynamics in multi-colour QCD.  
En collaboration avec L. N. Lipatov. Phys. Lett. **B578**, 335 (2004).
- 195 Photon production from a thermalized quark gluon plasma: quantum kinetics and nonperturbative aspects.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, Nucl. Phys. **A 747**, 564 (2005).
- 196 Nonequilibrium pion dynamics near the critical point in a constituent quark model.  
En collaboration avec D. Boyanovsky et S.-Y. Wang, Nucl. Phys. **A 741**, 323 (2004).
- 197 The quantum inflaton, primordial perturbations and CMB fluctuations.  
En collaboration avec F. J. Cao et N. Sanchez, Phys. Rev. **D70**, 083528 (2004).
- 198 Particle decay in inflationary cosmology.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, Phys. Rev. **D70**, 063508 (2004).
- 199 Particle decay during inflation: self-decay of inflaton quantum fluctuations during slow roll.  
En collaboration avec D. Boyanovsky et N. Sánchez, Phys. Rev. **D 71**, 023509 (2005).
- 200 The Self-Gravitating Gas in the Presence of Dark Energy: Monte-Carlo Simulations and Stability Analysis.  
En collaboration avec J. A. Siebert, Nucl. Phys. **B 726** [FS] 464 (2005).
- 201 Ultraviolet cascade in the thermalization of the classical  $\phi^4$  theory in 3+1 dimensions.  
En collaboration avec C. Destri, Phys. Rev. **D 73**, 025014 (2006).
- 202 Clarifying Inflation Models: the Precise Inflationary Potential from Effective Field Theory and the WMAP data.  
En collaboration avec D. Cirigliano, N. G. Sanchez, Phys. Rev. **D 71**, 103518 (2005).
- 203 Quantum corrections to slow roll inflation and new scaling of superhorizon fluctuations.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, N. G. Sanchez, Nucl. Phys. **B 747**, 25 (2006).
- 204 Clarifying Inflation Models: Slow-roll as an expansion in  $1/N_{efolds}$  and No Fine Tuning.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, N. G. Sanchez, Phys. Rev. **D 73**, 023008 (2006).
- 205 Quantum corrections to the inflaton potential and the power spectra from superhorizon modes and trace anomalies  
En collaboration avec D. Boyanovsky, N. G. Sanchez, Phys. Rev. **D 72**, 103006 (2005).
- 206 Neutrino Oscillations in the Early Universe: A Real Time Formulation.  
En collaboration avec D. Boyanovsky et C. M. Ho, Phys. Rev. **D 72**, 085016 (2005)
- 207 Phase transitions in the early and the present Universe  
En collaboration avec D. Boyanovsky, D. J. Schwarz, hep-ph/0602002, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **56**, 441-500, (2006).

- 208 Single Field Inflation models allowed and ruled out by the three years WMAP data.  
En collaboration avec N. G. Sanchez, Phys. Rev. **D 74**, 063519 (2006).
- 209 Dilute and Collapsed Phases of the Self-Gravitating Gas.  
En collaboration avec C. Destri,  
Nucl. Phys. B763, 309 (2007).
- 210 CMB quadrupole suppression: I. Initial conditions of inflationary perturbations.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, N. G. Sanchez, Phys. Rev. **D74**, 123006 (2006).
- 211 CMB quadrupole suppression: II. The early fast roll stage.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, N. G. Sanchez,  
Phys. Rev. **D74**, 123007 (2006).
- 212 Dark energy is the cosmological quantum vacuum energy of light particles. The axion and the lightest neutrino.  
En collaboration avec N. G. Sanchez, astro-ph/0701212.
- 213 New Inflation vs. Chaotic Inflation, Higher Degree Potentials and the Reconstruction Program in light of WMAP3,  
En collaboration avec D. Boyanovsky, C. M. Ho et N. G. Sanchez, Phys. Rev. **D75**, 123504 (2007), astro-ph/0702627.
- 214 MCMC analysis of WMAP3 and SDSS data points to broken symmetry inflaton potentials and provides a lower bound on the tensor to scalar ratio,  
En collaboration avec C. Destri, N. G. Sanchez, astro-ph/0703417, Phys. Rev. **D77**, 043509 (2008).
- 215 Constraints on dark matter particles from theory, galaxy observations and N-body simulations  
En collaboration avec D. Boyanovsky, N. G. Sanchez, arXiv:0710.5180, Phys. Rev. **D 77**, 043518 (2008)
- 216 The CMB Quadrupole depression produced by early fast-roll inflation: MCMC analysis of WMAP and SDSS data.  
En collaboration avec C. Destri, N. G. Sanchez, arXiv:0804.2387. Phys. Rev. **D 78**, 023013 (2008).
- 217 The dark matter transfer function: free streaming, particle statistics and memory of gravitational clustering.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, N. G. Sanchez, arXiv:0807.0622. Phys. Rev. **D 78**, 063546 (2008)
- 218 Quantum slow-roll and quantum fast-roll inflationary initial conditions: CMB quadrupole suppression and further effects on the low CMB multipoles.  
En collaboration avec F. J. Cao, N. G. Sanchez, arXiv:0809.0623, Phys. Rev. **D 78**, 083508 (2008)
- 219 The Effective Theory of Inflation in the Standard Model of the Universe and the CMB+LSS data analysis.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, C. Destri, N. G. Sanchez, arXiv:0901.0549.  
Int. J. of Mod. Phys. (review section), **A 24**, 3669-3864 (2009) .
- 220 Model independent analysis of dark matter points to a particle mass at the keV scale.  
En collaboration avec N. G. Sanchez, arXiv:0901.0922, Mon. Not. R. Astron. Soc. **404**, 885 (2010).
- 221 Higher order terms in the inflaton potential and the lower bound on the tensor to scalar ratio  $r$ .  
En collaboration avec C. Destri, N. G. Sanchez, arXiv:0906.4102,  
Annals of Physics, **326**, 578 (2011).
- 222 Constant surface gravity and density profile of dark matter.  
En collaboration avec N. G. Sanchez, arXiv:0907.0006, Int. J. Mod. Phys. A. 26, 1057 (2011).
- 223 Pre-inflationary and inflationary fast-roll eras and their signatures in the low CMB multipoles,  
En collaboration avec C. Destri, N. G. Sanchez, arXiv:0912.2994, Phys. Rev. **D 81**, 063520 (2010).

- 224 Forecast for the Planck precision on the tensor to scalar ratio and other cosmological parameters,  
En collaboration avec C. Burigana, C. Destri, A. Gruppuso, N. Mandolesi, P. Natoli, N. G. Sanchez,  
Astrophysical Journal, **724**, 588 (2010), arXiv:1003.6108.
- 225 Universal galaxy properties and the mass of the dark matter particle from theory and observations: the  
power of the linear approximation,  
En collaboration avec P. Salucci, N. G. Sanchez,  
arXiv:1004.1908.

#### IV. CONGRÈS ET COURS D'ÉCOLES

- 1) 'Renormalización Dimensional'.  
XXXI Reunión de la Asociación Física Argentina (Société Argentinne de Physique).  
Buenos Aires, 1973.
- 2) 'Tunneling in Minkowski field theory'.  
XIX International Conference on High Energy Physics.  
Tokyo, Japon. 23-31 aout 1978. Session parallèle C3.  
Comptes Rendus de la Conférence, p. 515, Physical Society of Japan, Tokyo (1979).
- 3) 'Functional Integration through inverse scattering variables. Large orders in the  $1/N$  expansion'.  
Communications a la 1ère Rencontre de Physique Statistique.  
Ecole Supérieure de Physique Chimie de Paris - 15 et 16 avril 1981.
- 4) 'The inverse scattering transformation and the functional integration method'.  
Cours donné au Symposium International 'Integrable Quantum Field Theories',  
Tvarminne, Finland, 23-27 mars 1981.  
Lecture Notes in Physics, Springer-Verlag (1982), vol.151, p. 120.
- 5) 'Some new integrable models in field theory and statistical mechanics'.  
11th International Summer Institute on Theoretical Physics, 31 août-11 septembre 1981, Freiburg, Allemagne  
Fédérale.  
Comptes Rendus edités par K. Pohlmeyer, J. Honerkamp and H. Romer, Plenum Press 1983, NATO Advanced  
Study Institutes Series. Vol B 82, p. 179.
- 6) 'The inverse scattering transformation, the functional integration method and the quantum inverse problem  
method'.  
Rencontre Interdisciplinaire sur les Problemes Inverses (R.C.P. 264). Montpellier, 2, 3 et 4 decembre 1981.
- 7) 'Quelques nouveaux modeles solubles par la methode de scattering inverse quantique'.  
Deuxième rencontre de Physique Statistique, Ecole Superieure de Physique Chimie, Paris, 28 et 29 janvier 1982.
- 8) 'The IST and the functional integrals'  
Conférence donnée au 'Symposium on non-linear evolution, solitons, spectral methods' - Trieste, 25 aout 1981.
- 9) 'The quantum inverse method and the non-local charges in sigma models'.  
Conférence donnée au 'Les Houches Winter Advanced Study Institute, Common Trends in Particle and Condensed  
Matter Physics', Février 1983- Phys. Reports **103**, 243 (1984). C. Itzykson et N. Surlas, éditeurs.
- 10) 'Non-local charges and monodromy matrices in integrable field theories'.  
VIIth John Hopkins Workshop on Current Problems in Particle Theory. Bad Honnef, June 21-23 1983. World  
Scientific 1983, p. 99.
- 11) 'Inverse scattering methods and the  $1/N$  expansion in more than two dimensions'.  
'Non string excitations in magnetic chains'.  
'Exactly solvable Heisenberg chain with high spins'.  
STAPHYS 15 - 15eme Conférence Internationale (IUPAP) de Thermodynamique et Mecanique Statistique, Edin-  
burgh, Juillet 25-29, 1983.
- 12) 'Non-local charges and Monodromy Matrices in integrable field theories'.  
'Introduction to the algebraic Bethe Ansatz'.

Workshop on Condensed Matter Physics, Working Party on 'Solitons and non-linear phenomenon'. Trieste, 1er au 14 aout 1983.

13) 'The Quantum Inverse Method and the Yang-Baxter algebras for Integrable Field Theories'.  
2nd Workshop on non-linear evolution equations and dynamical systems, Kolimbari, La Canée, Crète, 13-28 aout 1983.

14) 'Yang-Baxter and Kac-Moody algebras in Integrable Quantum field theories'.  
13th International Colloquium on Group Theoretical Methods in Physics, College Park, Maryland, 21-25 mai 1984, Comptes Rendus edités par W. Zachary, World Scientific, Singapore (1985), p. 100.

15) 'Yang-Baxter algebras and integrable models in field theory and statistical mechanics'.  
VIIth Kyoto Summer Institute, Japan, August 27-31, 1984. Comptes Rendus edités par S. Takeno, Springer Series in Synergetics (1985) p. 81.

16) 'Yang-Baxter and Kac-Moody algebras in field theories with solitons'.  
International Conference on Solitons and Coherent Structures, Santa Barbara, Jan. 11-16, 1985.  
Comptes Rendus edités par A. Newell, Physica **D18**, 374 (1986).

17) 'Integrable Quantum Field Theories'.  
Cours donné a l'Ecole d'Hiver sur les Systemes Intégrables, Panchgani (Maharashtra, Inde) février 1985, LPTHE preprint 85-54.

18) 'Integrable QFT, Yang-Baxter and Kac-Moody Algebras'.  
Conférence donnée au 'International Symposium in Group Theory and Mathematical Physics', Yurmala (Lettonie, URSS), Mai 1985.

19) 'Current Algebras and Integrable QFT'.  
Conférence donnée au 'IIIrd Workshop on High Energy Physics', La Canée, Crète, 1-10 Juillet 1985.

20) Même titre. Seminaire de Mathematiques Superieures (Ecole d'été OTAN),  
Montréal, Canada, août 1985,  
Comptes Rendus, Presses Universitaires de Montreal, Editeur P. Winternitz, Vol. 102, p. 90.

21) Même titre, XIVth International Colloquium on Group Theoretical Methods in Physics,  
Seoul, Korea, 26-30 août 1985, Editeur des Proceedings Y. M. Cho, World Scientific, 1986, p. 122.

22) 'YBZF Algebras, Kac-Moody Algebras and Integrable Theories'.  
Conférence donnée au 'Symposium on Topological and Geometrical Methods in Field Theory', Matynkyla, Espoo, Finlande, 8-14 juin 1986.  
Comptes Rendus edités par World Scientific, Editeurs J. Hietarinta and J. Westerholm, p.73.

23) 'Infinite Dimensional Algebras and Conformal Invariance for Self-Dual Gauge Theories'.  
XXIIIth International Conference of High Energy Physics, Berkeley, Juillet 1986, Session Parallele 'General Field Theory', Editeur S.C. Loken, World Scientific, p. 519 des Proceedings (1987).

24) Même titre. Conférence donnée au 'Mathematical Symposium', Durham, Grande-Bretagne, Juillet 1986, Organisateur M. Atiyah et E. Corrigan.

25) 'Integrable Theories and Conformal Invariance'.  
Conférence donnée au Xème 'Johns Hopkins Workshop', Bad Honnef, RFA, Septembre 1986, K. Dietz et V. Rittenberg Editeurs, p. 93 des Proceedings. Ed. par World Scientific, 1987.

26) 'Hidden Gauge Invariances in Integrable Theories'.  
Conférences données à l'École d'Été Hongroise, Balaton, Septembre 1986, p. 35 des Proceedings, Z. Horvath et al. editeurs, World Scientific, 1987.

27) 'Quantum Strings in accelerated Frames and Curved Space-times',  
Conférence donnée au XVIIIème Séminaire GIFT, El Escorial, Espagne, Juin 1-6 1987, Comptes Rendus publiés par World Scientific. M. Ramón Medrano et J. Ramírez eds.

28) 'Quantum groups (YBZF Algebras) and Integrable Theories : an overview'.  
Conférence donnée au XVIème Conference 'Differential Geometrical Methods in Theoretical Physics', Como, Italie, Août 1987. p. 187-211 des Comptes Rendus, K. Bleuler et M. Werner eds., Kluwer Academic Publ. 1988.

29) 'String Quantization in accelerated frames and black holes'.

Conférence donnée au 'International Europhysics Conference', Uppsala, Suède, June 1987. Session VII , p. 260 dans les Comptes Rendus. Edités par l'Université de Uppsala.

30) 'Integrable Theories and Conformal Invariance'.

Conférence donnée au 'International Europhysics Conference' Uppsala, Suède, June 1987. Session X, p. 390 dans les Comptes Rendus. Ed. par l'Univ. de Uppsala.

31) Même titre que (27).

Conférence donnée en 'Perspectives in String Theory'. Copenhagen, Octobre 1987. p.355-390 des Comptes Rendus, P. Di Vecchia et J. L. Petersen, editeurs. World Scientific, 1988.

32) Même titre que (28).

Conférence donnée au 'Ind Conference on Quantum Mechanics of Fundamental Systems', CECS, Santiago de Chile, Chili, décembre 1987. Comptes Rendus publiés par Plenum Press, C. Teitelboim et J. Zanelli, editeurs.

33) 'Quantum groups (YBZF Algebras), Integrable Field Theories and Statistical Models'. São Paulo School on Strings, Integrable and Conformal Theories.

Cours donné à São Paulo, Septembre 1987, Brésil. p. 86-161 des Comptes Rendus, E. et M. C. B. Abdalla, editeurs. World Scientific, 1988.

34) 'Modèles à vertex intégrables et invariance conforme étendue'.

VIIIème Rencontre de Physique Statistique. Paris, 28 et 29 janvier 1988.

35) 'String quantization in curved space-time'.

Conférence donnée au 'XI Workshop in High Energy Physics and Field Theory', Serpukhov (Protvino), URSS, Juillet 1988. p. 83 dans les Comptes Rendus, Ed. Nauka, Moscou, 1989.

36) 'Integrable QFT and conformal invariant theories from Yang-Baxter algebras'.

Conférence donnée au 'XVII International Colloquium on Group Theoretical Methods'. Saint-Adèle, Canada, Juin 1988 (p. 230 dans les Comptes Rendus, World Scientific) et

XI Workshop in High Energy Physics, Serpukhov (Protvino) URSS.p. 160 dans les Proceedings, Ed. Nauka, Moscou, 1989.

37) 'Yang-Baxter algebras, integrable QFT and conformal models'.

Conférence donnée au 'XXIV International High Energy Physics Conference (série Rochester), Munich, RFA, Août 4-10 1988. p. 747-757 des Comptes Rendus (Springer Verlag 1989).

38) 'Yang-Baxter algebras, quantum groups and integrable theories'.

Conférence donnée au 'XVII International Conference on Differential Geometrical Methods in Theoretical Physics', Chester, Grande-Bretagne, août 1988. p. 3-11 des Comptes Rendus (World Scientific) A. Solomon, Editeur.

39) 'Strings and quantum gravity'.

'Quantum group generalization of string theory'.

Conférences données au Mathematical Particle Physics Interface Conference. Oxford, Mathematical Institute of St. Giles'. 12-14 septembre 1988. p. 157 et p. 161 dans les Comptes Rendus, respectivement (Oxford University Press). En collaboration avec Norma Sánchez.

40) 'Particle scattering at the Planck scale'.

Conférence donnée au 'XVII International Colloquium on Group Theoretical Methods'. Saint-Adèle, Canada, Juin 1988 (p. 310-315 dans les Comptes Rendus, World Scientific). En collaboration avec Norma Sánchez.

41) 'Yang-Baxter algebras, conformal invariant models and quantum groups I et II'.

Conférences données au 'Taniguchi Symposium on Integrable Systems in Quantum Field Theory and Statistical Mechanics', Kyoto et Katata, Japon, octobre 1988. 'Advanced Studies in Pure Mathematics', vol. 19, pp. 567-639 Kinokuniya-Academic, 1989. M. Jimbo, T. Miwa et A. Tsuchiya eds.

42) 'Álgebras de Yang-Baxter y Teorías Integrables'.

'Teoría de Cuerdas y Espacio-Tiempo Curvo'.

Cours donné à l'École d'Été des Theorie de Champs. Bariloche, Argentine, Janvier 1989.

43) 'Yang-Baxter Algebras and Quantum Groups',

Conférence donnée à l'École d'Hiver des Houches, 'Théorie des Nombres et Physique', 7 au 16 Mars 1989. p. 56-66 dans les Comptes-Rendus, J. M. Luck, P. Moussa et M. Waldschmidt editeurs, Springer Verlag.

44) Même titre,

Conférence donnée au 'Yang-Baxter Algebras Workshop', Canberra, Australian National University.

Int. J. Mod. Phys. **B 4**, 735-801 (1990), P. Pearce et al. eds.

- 45) 'Yang-Baxter Algebras, Quantum Groups and Integrable Field Theories',  
Conférence donnée à la 8ème. École d'Été de Physique Mathématique 'Quantum Groups',  
Clausthal-Zellerfeld, RFA, 19 au 26 Juillet 1989. p. 129-182 des comptes rendus, Lecture Notes in Physics vol. 370,  
Springer Verlag. H. D. Doebner, editeur.
- 46) Même titre,  
Cours donné à l'École d'Été 'Physics, Geometry and Topology', Banff, Alberta,  
Canada. Nato Advanced Institute. Août 1989. p. 387-434 des Proceedings, vol. 238, Nato ASI Series, H. C. Lee,  
editeur.
- 47) Même titre,  
Cours donné à l'École Espagnole de Physique Théorique, 'GIFT XX', Jaca, Aragón, Septembre 1989. Nucl. Phys.  
**B** (Proc. Suppl.) **18A**, 229-282 (1990), J. Cariñena, editeur.
- 48) Même titre,  
Conférence donnée à la 'International Europhysics Conference', Madrid, Espagne, Septembre 1989.  
Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **16**, 615 (1990).
- 49) 'Integrable theories, Yang-Baxter algebras and Quantum Groups: an overview'.  
Conférence donnée au XVIII Colloquium on Group Theoretical Methods in Physics, Moscou, Juin 1990. Publié  
dans les Comptes-Rendus.Springer Verlag editeur.
- 50) Même titre,  
Conférence donnée au 'XIX International Conference on Differential Geometric Methods in Theoretical Physics',  
Rapallo, Italie, Juin 1990. p. 107-119 des comptes rendus. Lecture Notes in Physics 375, Springer Verlag.
- 51) 'Quantum Strings in Curved Spacetimes'.  
Cours donné à l'école d'été 'Gravitation', Banff, Canada, Août 1990. p. 314-356 des Comptes-Rendus, R. Mann et  
P. Wesson, éditeurs, World Scientific, 1991.
- 52) 'Quantum Strings in Curved Spacetimes: the falling into singularities'.  
Conférence donnée au 'XX International Conference on Differential Geometrical Methods in Theoretical Physics',  
Baruch College, City University of New York, June 1991. p.736 dans les Comptes rendus, A. Rocha et S. Catto,  
éditeurs, World Scientific, 1991.
- 53) 'Quantum Affine Toda Field Theories and their Reductions: New Exact Results'.  
Conférence donnée au congrès 'Geometrical and Topological Methods in Field Theory', Turku, Finland, Mai 1991 et  
au Colloque Franco-Russe, Cargese, July 1991. Publié dans les comptes rendus, A. Pekonen et J. Mickelsen, éditeurs.
- 54) 'Recent Results about Integrable Theories'.  
Conférence donnée au 'XXVth International Symposium Ahrenschoop', Gosen, Allemagne, Septembre 1991. p.  
36-52 des comptes-rendus. DESY IfH Zeuthen report.
- 55) 'Simple approach to thermal Bethe Ansatz'.  
Conférence donnée au 'XXI International Conference on Differential Geometry Methods in Theoretical Physics',  
Tianjin, Chine , Juin 5-9, 1992. Publié dans les comptes-rendus.
- 56) 'Strings in Curved Spacetimes'.  
Cours donné à l'école d'Erice 'String Quantum Gravity and Physics at the Planck energy scale', 21-28 juin 1992.  
Publié dans les comptes-rendus N. Sánchez, editeur, World Scientific.
- 57) 'Bethe Ansatz and Quantum groups: The light-cone lattice approach'.  
Conférence donnée au 'NSERC/CAP Summer Institute', Kingston, Ontario,  
Canada, Juillet 13-18, 1992.  
Publié dans les comptes-rendus, J. Le Tourneux, editeur.
- 58) 'Strings Falling into spacetime singularities'.  
Conférence donnée au 'XXVI International Conference in High Energy Physics', Dallas, Texas , Août 1992.
- 59) 'Bethe Ansatz and Quantum groups: The light-cone lattice approach'.  
Conférence donnée au 'Workshop on Low Dimensional Topology and quantum field theory'. Isaac Newton Institute,  
Cambridge, Grande-Bretagne, Novembre/Décembre 1992.
- 60) 'Strings Falling into spacetime singularities and in Cosmological Spacetimes'.  
Conférence donnée à l'école d'Erice 'Cosmology', May 1993, Erice, Italy.

- 61) 'From lattice models to field theories: exact resolution by Bethe Ansatz and infinite Yang-Baxter symmetries'  
Conférences données aux congrès suivants:  
a) Workshop on Integrable Theories, Bonn University, Mai 1993,  
b) Réunion Annuelle Italienne de Physique Théorique, Cortona, Italie, Juin 1993.  
c) 'Quantum Group Colloquium', Prague, Juin 1993 et  
d) Symposium International 'Generalized Symmetries in Physics', Arnold Sommerfeld Institute for Mathematical Physics, Clausthal-Zellerfeld, Allemagne, Juillet 1993. Publié dans les comptes rendus, H. D. Doebner editor, World Scientific.
- 62) 'Dynamics of Cosmological Phase Transitions',  
en collaboration avec D. Boyanovsky et R. Holman.  
Publié dans les comptes rendus du 17th John Hopkins Workshop 'Current Problems in Particle Theory', Eds. Z. Horvath, L. Palla and A. Patkos. Juillet 1993. page 289, World Scientific.
- 63) 'Non-equilibrium quantum field evolution in FRW cosmologies'  
Conférence donnée au Séminaire de cosmologie Imperial-Cambridge-Sussex, Sussex, december 1993 et à l'Institut OTAN 'Workshop on Electroweak Physics: The Early Universe' tenu à Sintra, Portugal de Mars 22 au 27, 1994. Publié dans les comptes rendus, World Scientific.
- 64) 'The field theory limit of integrable lattice models'.  
Conférences données à la  $XXX_q$  École de Physique Théorique de Karpacz, Pologne, 14 au 26 février 1994, 21 pages. hep-th/9406135, Publié dans les comptes rendus.
- 65) 'Non-equilibrium dynamics of phase transitions: from the early universe to chiral condensates',  
en collaboration avec D. Boyanovsky et R. Holman.  
Conférences donnée par D. Boyanovsky à la 2ème. Journée Cosmologie, Paris, 2-4 Juin, 1994, 72 pages. Publié dans les comptes rendus, édités par H. J. de Vega et N. Sánchez, World Scientific, p. 127-214.
- 66) 'String theory in Cosmological Spacetimes'.  
En collaboration avec N. Sánchez,  
Cours donné à l'École de Erice 'Current Topics in Astrofundamental Physics', 4-16 September 1994, publié dans les comptes rendus édités par N. Sánchez, p.227-272, World Scientific, 1995.
- 67) 'Non-equilibrium dynamics of phase transitions in the early universe'.  
En collaboration avec D. Boyanovsky et R. Holman.  
Conférence donnée par R. Holman à l'École de Erice 'Current Topics in Astrofundamental Physics', septembre 4-16, 1994. Advances in Astrofundamental Physics 1995, édité par N. Sánchez et A. Zichichi, p. 343, World Scientific, 1995
- 68) 'Strings in Cosmological Spacetimes and their back-reaction'.  
Conférence donnée à 'Strings 95', Université de la Californie du Sud, Los Angeles, États-Unis. p. 148-158 dans les comptes rendus édités par I. Bars et al. , World Scientific, 1996.
- 69) 'String theory in Curved Spacetimes. Self Consistent string Cosmology',  
En collaboration avec N. Sánchez.  
Conférence donnée au 3ème. Colloque Cosmologie, Observatoire de Paris, 7-9 juin 1995. Publié dans les comptes rendus, p. 181-233, H J de Vega et N. Sánchez, éditeurs, World Scientific, 1996.
- 70) 'Inflationary Universe Dynamics and Non-Equilibrium Quantum Field Theory',  
en collaboration avec D. Boyanovsky, M. D'Attanasio et R. Holman. Publié dans les comptes rendus du 3ème. Colloque Cosmologie, Observatoire de Paris, 7-9 juin 1995, p. 181-233, H J de Vega et N. Sánchez, éditeurs, World Scientific, 1996.
- 71) 'Lectures on String theory in curved spacetime',  
Cours donné à l'École de Erice 'String Gravity and Physics at the Planck Energy Scale', NATO Advanced Study Institute, 8-19 Septembre, 1995. Publié dans les comptes rendus, p.11-65, N. Sánchez et A. Zichichi éditeurs, p. 11-64, Vol. 476, Kluwer, 1996, [hep-th/9512074].
- 72) 'New aspects of reheating'  
en collaboration avec D. Boyanovsky, M. D'Attanasio, R. Holman et D.-S. Lee. Publié dans les comptes rendus de l'École de Erice 'String Gravity and Physics at the Planck Energy Scale', NATO Advanced Study Institute, 8-19 Septembre, 1995 N. Sánchez et A. Zichichi éditeurs, Vol. 476, Kluwer 1996, p. 451-492.
- 73) 'Preheating and Reheating in Inflationary Cosmology: a pedagogical survey'.  
en collaboration avec D. Boyanovsky, R. Holman et J. Salgado.

Publié dans les comptes rendus de la réunion du réseau européen 'String Gravity', 6-7 Juin 1996, édités par N. Sánchez, World Scientific [astro-ph/9609007].

- 74) 'Real Time non-linear dynamics of QFT and the Reheating of the Inflationary Universe'  
Conférence donnée à l'atelier 'Non-equilibrium phase transitions', Santa Fe, New Mexico, Julliet 15 - Août 2, 1996.
- 75) 'Erice Lectures on Reheating',  
en collaboration avec D. Boyanovsky et R. Holman.  
p. 183-270 dans les comptes rendus de la Vème. École 'D. Chalonge', 'Current Topics in Astrofundamental Physics', Erice, Sicile, 7-15 septembre 1996, (hep-ph/9701304) N. Sánchez et A. Zichichi, editeurs.
- 76) 'Non-linear non-equilibrium dynamics of QFT'  
Conférence donnée à l'atelier "Topological Defects: Non-Equilibrium Field Theory in Cosmology, Condensed Matter Systems and Particle Physics." à Grenoble, Septembre 13-17, 1996.
- 77) 'Non-linear, non-equilibrium dynamics of QFT'.  
Conférence donnée à l'atelier 'Disoriented Chiral Condensates' au "European Center for Theoretical Studies in Nuclear Physics and Related Areas", Trento, Italie, Octobre 21-25, 1996.
- 78) 'Non-linear, non-equilibrium, non-perturbative dynamics of QFT'.  
Conférence donnée à l'atelier 'Tunneling in Complex Systems', Institute for Nuclear Theory, Seattle, WA, Etats-Unis, Mai 18-30, 1997.
- 79) 'Fractals and Scaling Laws in the Interstellar Medium and Galaxy Distributions: Field Theory Approach', en collaboration avec F. Combes et N. Sánchez.  
Conférence donnée au 4ème. Colloque Cosmologie, Euroconférence, Observatoire de Paris, Paris, 4-6, Juin 1997. Comptes-rendus édités par H. J. de Vega et N. Sánchez, p.238-272, publiés par World Scientific [astro-ph/9801115].  
Conférence donnée à la VIème. École 'D. Chalonge', 'Current Topics in Astrofundamental Physics', Erice, Sicile, 4-15 septembre 1997. Publié dans les comptes rendus N. Sánchez et A. Zichichi, editeurs, p. 647-684.
- 80) 'Out of Equilibrium Fields in Inflationary Dynamics. Density Fluctuations', en collaboration avec D. Boyanovsky, D. Cormier, R. Holman et S. Prem Kumar. Cours donnée à la VIème. École 'D. Chalonge', 'Current Topics in Astrofundamental Physics', Erice, Sicile, 4-15 septembre 1997. Publié dans les comptes rendus N. Sánchez et A. Zichichi, editeurs, p. 119-194, hep-ph/9801453.
- 81) 'Non-equilibrium inflationary dynamics during phase transitions', en collaboration avec D. Boyanovsky, D. Cormier, R. Holman et S. P. Kumar. Présenté à la Conférence Eötvös 'Strong and Electroweak Matter '97', (SEWM-97), Eger, Hongrie. Publié dans les Comptes Rendus, Eds. F. Csikor et Z. Fodor, World Scientific, 1998.  
et au 4ème. Colloque Cosmologie, Euroconférence, Observatoire de Paris, Paris, 4-6, Juin 1997. p. 101-131 dans les comptes-rendus édités par H. J. de Vega et N. Sánchez, publiés par World Scientific
- 82) D. Boyanovsky, H. J. de Vega, R. Holman and S. P. Kumar, 'Photon Production from Non-Equilibrium DCC's: Electromagnetic Probes for the Chiral Phase Transition, Winter RHIC/INT workshop, LBL, Feb. 1997.
- 83) 'Quantum Field Theory at High Energy Densities and Out of Equilibrium: the Early Universe'. Conférence donnée au 5ème Colloque Cosmologie (organisé par N. Sánchez et moi-même) Euroconférence, Observatoire de Paris, Paris, 3-5, Juin 1998, p. 35 dans les Comptes-Rendus du Colloque édités par l'Observatoire de Paris.
- 84) 'Non-linear non-equilibrium and non-perturbative dynamics of QFT'  
Conférence donnée à l'atelier 'Domain Physics', Strasbourg, 8-10 June 1998.
- 85) 'Statistical Mechanics of the Self-gravitant Gas',  
Conférence à 'Institut d'Été de la Sissa, Julliet 25-Août 29, 1998, Trieste, Italie.
- 86) 'Non-equilibrium Real-Time Dynamics of Quantum Fields: Linear and Non-Linear Relaxation in Scalar and Gauge Theories',  
Conférence donnée au TFT98, the Vth International Workshop on Thermal Field Theories and Their Applications, Ratisbonne (Regensburg), Allemagne, 10-14 Août 1998, hep-ph/9810209.
- 87) 'Out of Equilibrium Dynamics in scalar and gauge theories. From infrared divergences resummation in perturbation theory to Bose-Einstein condensation in the non-perturbative regime'  
Conférence donnée au Workshop 'Quantum fields In & Out of Equilibrium', RIKEN BNL Research Center, à Brookhaven National Laboratory, Octobre 26-30, 1998. Atelier organisé par Daniel Boyanovsky, Robert D. Pisarski et moi-même.

88) 'Out of equilibrium dynamics in scalar and gauge theories: From infrared divergences resummation in perturbation theory to Bose-Einstein condensation in the non-perturbative regime'

Conférence donnée au Workshop 'Non-equilibrium Quantum Fields', ITP, Santa Barbara, Janvier 5-22, 1999.

89) 'Non-equilibrium phase transitions in condensed matter and cosmology: spinodal decomposition, condensates and defects', en collaboration avec D. Boyanovsky et R. Holman.

Leçons données à l'école des Houches 'Topological Defects and the Non-Equilibrium Dynamics of Symmetry Breaking Phase Transitions'. A paraître dans les Comptes-Rendus, hep-ph/9903534.

90) 'Non-equilibrium phase transitions in Minkowski and FRW space-times: Dynamical scaling and Bose-Einstein condensates',

Conférence donnée au 'Workshop on Topological Defects in Cosmology, Particle Physics and Condensed Matter' organisé par T. W. B. Kibble au Max Planck Institute for Complex Physical Systems, Dresden, Allemagne, 7-12 June 1999.

91) 'Out of equilibrium dynamics in QFT: infrared divergences resummation and kinetics',

Conférence donnée au 'Working Sessions on Small x Physics, LPTPE, Université Paris VI, June 10-25, 1999.

92) 'Statistical Mechanics and Scaling Laws of the Self-Gravitating Gas', H J de Vega et N. Sánchez.

Conférence donnée au 6ème Colloque Cosmologie, Euroconférence, (organisé par N. Sánchez et moi-même), Observatoire de Paris, Paris, 16-18, Juin 1999, p. 305 dans les Comptes-Rendus du Colloque.

Conférence donnée à la VIIème. École 'D. Chalonge', 'Current Topics in Astrofundamental Physics', Erice, Sicile, 5-16 decembre 1999.

93) 'Dynamics of Symmetry Breaking Out of Equilibrium: From Condensed Matter to QCD and the Early Universe', D. Boyanovsky et H. J. de Vega.

6ème Colloque Cosmologie, Euroconférence, (organisé par N. Sánchez et moi-même), Observatoire de Paris, Paris, 16-18, Juin 1999 p. 97 dans les Comptes-Rendus du Colloque.

94) 'Non-equilibrium quantum plasmas in scalar QED: photon production, magnetic and Debye masses and conductivity',

Conférence donnée au Workshop 'Non-Equilibrium Dynamics in Quantum Field Theory', Institute for Nuclear Theory, Washington University, Seattle, Novembre 1999.

95) 'Fields out of Equilibrium in the Early Universe: Selfconsistent Inflationary Dynamics and Density Perturbations, en collaboration avec D. Boyanovsky. Cours donnée à la VIIème. École 'D. Chalonge', 'Current Topics in Astrofundamental Physics', Erice, Sicile, 5-16 decembre 1999, p. 37-57 in the Proceedings edited by N. Sanchez, Kluwer publishers, Series C, vol. 562, 2001, astro-ph/0006446.

96) 'Primordial Cosmology and Particle Physics', Conférence donnée à

Eotvos School on Phase Separation Problems in Physics, Chemistry, and Biology, Eotvos University, Budapest, Hongrie, 2-7 Julliet, 2000.

97) 'Real Time Non-equilibrium Dynamics of Quantum Plasmas. Quantum Kinetics and the Dynamics Renormalization Group',

Conférence donnée à la DPF 2000 de l'American Physical Society, Août 9-12, 2000, Columbus, Ohio, Etats-Unis.

98) Non-Singular String-Cosmologies From Exact Conformal Field Theories.

En collaboration avec A. L. Larsen et N. Sánchez, Nucl. Phys. **B** (Proc. Suppl.) **102 & 103**, 201-208 (2001). Comptes-Rendus de la Conférence en honneur de D. Volkov, Kharkov, Août 2000.

99) 'Tsunami Inflation: Selfconsistent Quantum Dynamics', VIIIème Course de l'École Internationale de Physique Astrofundamental 'D. Chalonge', Erice, Italie, Decembre 2000, p. 45-80 dans le Proceedings H. J. de Vega, I. M. Khalatnikov et N. Sánchez Éditeurs, Kluwer Eds. 2001.

100) 'The Statistical Mechanics of the Self-Gravitating Gas', VIIIème Course de l'École Internationale de Physique Astrofundamental 'D. Chalonge', Erice, Italie, Decembre 2000, p. 303-372 dans le Proceedings H. J. de Vega, I. M. Khalatnikov et N. Sánchez Éditeurs, Kluwer Eds. 2001.

101) 'Properties of dense and cold QCD', conférence donnée au Colloque International sur la physique du Plasma de Quarks et Gluons, [International Workshop of the Physics of the Quark-Gluon Plasma], École Polytechnique, 4-7 Septembre, 2001. p. 294-299 dans les Proceedings.

102) 'Scenari for UHECR: an overview' au Annecy Workshop on Ultra High Energy Cosmic Rays, 3-7 Decembre 2001.

- 103) 'Dynamics near the critical point: the hot renormalization group', conférence donnée à l'atelier 'QCD and Gauge Theory Dynamics in the RHIC Era', ITP, Santa Barbara, Mai 2002.
- 104) 'The Statistical Mechanics of the Self-Gravitating Gas' au 7<sup>ème</sup> Colloque Cosmologie: High Energy Astrophysics for and from Space, IAP et Observatoire de Paris, 11-15 Juin 2002. À paraître dans les Comptes Rendus.
- 105) 'Extreme Energy Cosmic Rays: Bottom-up vs. Top-down scenarii', Based on lectures at the Fourth International Workshop on 'New Worlds in Astroparticle Physics' in Faro, Portugal, at the SOWG EUSO meeting, Roma, Italia and at the 9th. Chalonge School in Astrofundamental Physics, Palermo, September 2002, NATO ASI, astro-ph/0301039, p. 433-450 in the Proceedings, N. Sanchez and Yu. Parijskij editors, Kluwer, 2002.
- 106) 'Early Cosmology and Fundamental Physics', Lectures at the 9th. Chalonge School in Astrofundamental Physics, Palermo, September 2002, NATO ASI. astro-ph/0307477, p. 1-19 in the Proceedings, N. Sanchez and Yu. Parijskij editors, Kluwer, 2002.
- 107) 'Primordial magnetic fields from cosmological phase transitions', en collaboration avec D. Boyanovsky et M. Simionato, Lectures at the 9th. Chalonge School in Astrofundamental Physics, Palermo, September 2002, NATO ASI, astro-ph/0305131, p. 65-100 in the Proceedings, N. Sanchez and Yu. Parijskij editors, Kluwer, 2002.
- 108) 'Statistical Mechanics of the self-gravitating gas: thermodynamic limit, phase diagrams and fractal structures', en collaboration avec N. Sanchez, Lecture given at the 7th. Paris Cosmology Colloquium, Observatoire de Paris, June 11-15, 2002 and at the 9th Course of the International School of Astrophysics 'Daniel Chalonge', Palermo, Italy, 7-18 September 2002, NATO ASI, astro-ph/0505561, in the Proceedings, p. 291-324, N. Sanchez and Yu. Parijskij editors, Kluwer, 2002.
- 109) 'Particle creation in the early universe in out of equilibrium QFT'. au Workshop "Vacuum pair creation" au "European Center for Theoretical Studies in Nuclear Physics and Related Areas", Trento, 4 - 6 November 2002.
- 110) 'The inflaton quantized: new inflation and tsunami inflation in an out of equilibrium approach', Lectures at the Cosmology Summer workshop, Santa Fe, New Mexico Juillet 7 au 25, 2003.
- 111) 'The classical and quantum inflaton: the precise inflationary potential and quantum inflaton decay after WMAP', Invited Lecture at the Conference 'The Density Perturbation in the Universe', National Center for Scientific Research: 'Demokritos, Athens, Grèce, 24-27 Juin 2004, astro-ph/0503128. Nucl. Phys. B (proc. Suppl.) 148, 96-107 (2005).
- 112) 'Reggeon Dynamics at non-zero temperature', Talk at the workshop 'Diffraction 2004: International Workshop on Diffraction in High-Energy Physics', Septembre 18 - 23, 2004 à Cala Gonone, Cerdegnna, Italie, Physics Letters **B 578**, 335 (2004).
- 113) 'Primordial magnetic fields from cosmological phase transitions', conférence donnée au congrès international 'Magnetic Fields in the Universe', Angra dos Reis, Brésil, Novembre 28 à Decembre 3, 2004. AIP conference Proceedings vol. 784, p. 434, 2005, astro-ph/0502212.
- 114) 'Inflationary models and fundamental physics from WMAP data', conférence donnée au 8<sup>ème</sup> Colloque Cosmologie, Observatoire de Paris, 9-10 decembre 2004. Comptes Rendus publiés par l'Observatoire de Paris, 2007.
- 115) 'The decay of the inflaton and density perturbations' conférence donnée au congrès international Miami 2004, Coral Gables et Key Biscayne, Floride, 15-19 Decembre 2004.
- 116) 'Quantum Field Theory during Inflation and the CMB Fluctuations', conférence donnée au congrès 'The Origin of the Primordial Density Perturbation', University of Lancaster, March 22-24th 2005, Lancaster, Grande Bretagne.
- 117) 'QCD Pomerons at Non-Zero Temperature', conférence donnée 'a la XVII rencontre de Blois, 'XIth International Conference on Elastic and Diffractive Scattering', Blois, 15 au 20 Mai 2005.
- 118) 'Slow Roll Inflation and Fundamental Physics from the WMAP data', conférence donnée au 9<sup>ème</sup> Colloque Cosmologie, Observatoire de Paris, 30 Juin-2 Juillet 2005. À paraître dans les Comptes Rendus et au 'International Complutense Seminar 2005-Physics of the Early Universe: Recent Advances', Faculty of Physics, U. Complutense de Madrid September 21th-23th, 2005, Madrid, Spain.
- 119) 'Statistical Mechanics of the Self-Gravitating Gas: Thermodynamic Limit, Unstabilities and Phase Diagrams', Invited lecture at 'Statistical Mechanics of Non-Extensive Systems', astro-ph/0601600, Observatoire de Paris, October 2005, Special issue of 'Les Comptes rendus de l'Académie des sciences', vol. 7, pages 391-397 (2006), Elsevier.

120) 'Clarifying Slow Roll Inflation and the Quantum Corrections to the Observable Power Spectra', Opening Lecture at JGRG15, Titech, Tokyo, Japan, November 2005. Lecture at Miami05, Key Biscayne, Florida, December 2005, astro-ph/0601132.

121) 'Inflation at the GUT scale confronted to WMAP and the Quadrupole suppression', Conference donnée au 10<sup>ème</sup> Colloque Cosmologie, Observatoire de Paris, 26-28 octobre 2006. Comptes Rendus publiés par l'Observatoire de Paris, 2007.

122) 'The Effective Theory of Inflation and the Dark Energy in the Standard Model of the Universe', Conference donnée au Colloque International 'Physics of the Universe confronts Observations', 17-18 Mai 2007, Colegio de España, Cité Internationale Universitaire, Paris.

123) 'The Standard Model of the Universe: from the Theory of Inflation confronted to Observations to Today's Dark Energy', Conference donnée au Colloque International 'QCD at cosmic energies III', Trieste, Italie, 28 Mai - 1 Juin 2007.

124) 'The Effective Theory of Inflation and the Dark Energy in the Standard Model of the Universe', Conference donnée au 11<sup>ème</sup> Colloque Cosmologie, Observatoire de Paris, 16-18 Août 2007. Comptes Rendus publiés par l'Observatoire de Paris, 2008.

125) 'The Effective Theory of Inflation, Dark Matter and Dark Energy in the Standard Model of the Universe', Conference donnée au International Complutense Seminar 2008, 'Physics of the Universe: Implications of the Recent Observations', Mai 7-9, 2008, Madrid, Espagne.

126) 'The Effective Theory of Inflation, Dark Matter and Dark Energy in the Standard Model of the Universe', conference donnée au 12<sup>ème</sup> Colloque Cosmologie, Observatoire de Paris, 17-19 Juillet 2008. À paraître dans les Comptes Rendus publiés par l'Observatoire de Paris.

127) 'From the GUT to the meV scale in the Standard Model of the Universe: Inflation, Dark Matter and Dark Energy', conference donnée au International Workshop: Quantum Chromodynamics from Colliders to Super-High Energy Cosmic Rays, ICTP, Trieste - Italie, 25 - 29 Mai 2009.

128) 'The Effective Theory of Inflation and the Early Fast-Roll Stage and Dark Matter in the Standard Model of the Universe', Conference donnée au Colloquium 'PHYSICS OF THE STANDARD MODEL OF THE UNIVERSE: THEORY AND OBSERVATIONS', Colegio de España, Cité Internationale Universitaire de Paris, Jeudi 4 et Vendredi 5 Juin 2009.

129) Cours de six leçons sur 'Cosmic Inflation' donné à la ISAPP2009 - International School of Astroparticle Physics, 'CMB and Fundamental Interaction Physics', Villa Olmo - Como, Italie, 8-16 Julliet 2009.

130) 'The Effective Theory of Inflation and the Early Fast-Roll Stage and Dark Matter in the Standard Model of the Universe', conference donnée au 13th Paris Cosmology Colloquium 2009, 'THE STANDARD MODEL OF THE UNIVERSE: FROM INFLATION TO TODAY DARK ENERGY', Observatoire de Paris, 23-25 Julliet 2009. À paraître dans les Comptes Rendus publiés par l'Observatoire de Paris.

131) 'Inflation at the GUT scale confronted to the CMB+LSS data', conference donnée à l'École Chalonge Torino - Torino Cosmology Colloquium, Turin, 21 - 24 Octobre 2009.

132) 'KeV scale dark matter from theory and observations. Galaxy properties from linear primordial fluctuations', conference donnée au Workshop CIAS Meudon 2010, 'DARK MATTER IN THE UNIVERSE AND UNIVERSAL PROPERTIES OF GALAXIES: THEORY AND OBSERVATIONS', CIAS Observatoire de Paris, Chteau de Meudon, 8-11 Juin 2010.

133) 'Inflation at the origin of the Universe and its consequences today', conference d'interet generale donnée au ESOF2010 - (EuroScience Open Forum, 2-7 juillet 2010, Torino, Italie), salle de 500, bâtiment Lingotto Congressi (Fiat), Lundi 5 juillet.

134) 'The Effective Theory of Inflation and keV Dark Matter in the Standard Model of the Universe', conference donnée au 14th Paris Cosmology Colloquium 2010, 'THE STANDARD MODEL OF THE UNIVERSE: THEORY AND OBSERVATIONS', Observatoire de Paris, 22-24 Juillet 2010.

1) Colloque Paris-Meudon, 22-26 Septembre 1986, Observatoire de Paris, Campus de Meudon, 'String Theory, Quantum Cosmology and Quantum Gravity, Integrable and Conformally Invariant Theories',  
Conférence co-organisée avec Norma Sanchez.

2-15) Depuis 1994 nous co-organisons chaque année avec Norma Sanchez le 'Paris Cosmology Colloquium' à l'Observatoire de Paris dans le cadre de l'École Chalonge. Ces conférences internationales traitent les sujets de pointe en cosmologie primordiale et astrophysique dans la perspective de la physique fondamentale regroupant théoriciens, astronomes, astrophysiciens et expérimentateurs. Le quatorzième 'Paris Cosmology Colloquium' s'est déroulé du 22 au 24 juillet 2010 au bâtiment Perrault de l'Observatoire de Paris.

Tous les développements majeurs en cosmologie et astrophysique depuis 1991 (date de la première Ecole Chalonge) ont été présentés, traités et discutés en profondeur à l'École Chalonge par les spécialistes de première ligne de chaque domaine: anisotropies du CMB, formation de structures à grande et petite échelle dans l'univers, rayons cosmiques de haute énergie, sursauts gamma, matière sombre, énergie sombre, théorie de l'inflation, trous noirs astrophysiques, champs magnétiques primordiaux, structure de galaxies et bien d'autres sujets du plus grand intérêt.

Les Proceedings des ces Colloques Chalonge ont été publiés (voir section 'Livres').

Nous avons commencé en 2009 à publier sur l'arXiv les 'Highlights and Conclusions' des Colloques et Workshops Chalonge quelque semaines après chaque réunion.

- H. J. de Vega, M.C. Falvella, N. G. Sanchez, Highlights and Conclusions of the Chalonge 13th Paris Cosmology Colloquium, arXiv:1007.2846
- H. J. de Vega, N. G. Sanchez, Highlights and Conclusions of the Chalonge Meudon Workshop 'Dark Matter in the Universe', arXiv:1007.2411
- H. J. de Vega, M.C. Falvella, N. G. Sanchez, Highlights and Conclusions of the Chalonge 14th Paris Cosmology Colloquium, arXiv:1009.XXXX

16) Workshop 'Quantum fields In & Out of Equilibrium', RIKEN BNL Research Center, à Brookhaven National Laboratory, États-Unis, Octobre 26-30, 1998.

Atelier co-organisé avec Daniel Boyanovsky et Robert D. Pisarski.

17) Workshop 'Quantum fields In & Out of Equilibrium II: Equilibrium and non-equilibrium aspects of hot and dense QCD', RIKEN BNL Research Center, à Brookhaven National Laboratory, États-Unis, July 17-30, 2000,

Atelier co-organisé avec Daniel Boyanovsky, Larry McLerran et Robert D. Pisarski.

18) NATO Advanced Study Institute on 'Phase Transitions in the Early Universe: Theory and Observations', Erice, Sicile, Italie, 6-17 Décembre 2000. VIII cours de l'École Chalonge co-organisé avec Isaak M. Khalatnikov et Norma Sanchez.

19) 'Physics of the Early Universe: Recent Advances', Facultad de Físicas, Univesidad Complutense de Madrid, Septembre 21-23 2005, Madrid, Espagne. Conférence co-organisée avec Francisco J. Cao, Marina Ramón Medrano et Norma Sanchez dans le cadre de l'École Chalonge.

20) Rencontre au Colegio de España, Cité Internationale Universitaire de Paris, 'Physics of the Universe confronts observations', 17-18 Mai 2007. Atelier co-organisé avec Marina Ramón Medrano et Norma Sanchez dans le cadre de l'École Chalonge.

21) 'Physics of the Universe: Implications of the Recent Observations', Facultad de Físicas, Univesidad Complutense de Madrid, Mai 7-9, 2008, Madrid, Espagne. Conférence co-organisée avec Francisco J. Cao, Marina Ramón Medrano et Norma Sanchez dans le cadre de l'École Chalonge.

22) Colloquium at the Colegio de España, Cité Internationale Universitaire de Paris, 'Physics of the Standard Model of the Universe: theory and observations', 4-5 Juin 2009. Conférence co-organisée avec Marina Ramón Medrano et Norma Sanchez dans le cadre de l'École Chalonge.

9) 'Dark matter in the Universe and universal properties of galaxies: theory and observations', CIAS, Observatoire de Paris, Château de Meudon, Meudon campus, 8-11 Juin 2010. Conférence co-organisée avec Norma Sanchez dans le cadre de l'École Chalonge.

Troisième Cycle

J.M. MAILLET (1982)

J. AVAN (1983)

Thèse d'Etat

O. BABELON (1982)

J.M. MAILLET (1986)

Thèse de Doctorat (nouveau régime)

J. AVAN (1988)

E. LOPES (1991)

J. SALGADO (1999)

Thèse de Doctorat (PhD)

A. GONZÁLEZ RUIZ (Univ. de Madrid-Espagne) (1994)

F. J. CAO (Univ. de Madrid-Espagne), (2001).

J. SIEBERT (Univ. Paris VI), (2005).

## VII. LIVRES

1) Co-Éditeur avec N. Sánchez de “Field Theory, Quantum Gravity and Strings” Springer Lecture Notes in Physics, Vol. 246 (1986), 381 pages.

2) Co-Éditeur avec N. Sánchez des Comptes Rendus du Colloque Paris-Meudon (22-26 Septembre 1986), “String Theory, Quantum Cosmology and Quantum Gravity, Integrable and Conformally Invariant Theories”, World Scientific, 511 pages (1987).

3) Co-Éditeur avec N. Sánchez de “Field Theory, Quantum Gravity and Strings, II”, Springer Lecture Notes in Physics, Vol. 280, 245 pages (1987).

4) ‘Quantum Groups, Integrable Statistical Models and Knot Theory’, Nankai lectures in Mathematical Physics, 11-13 Juin 1992. co-édités avec Ge Mo-Lin.

5) Co-Éditeur avec N. Sánchez des Comptes Rendus du Second Colloque Cosmologie. Observatoire de Paris, Juin 1994. World Scientific, 546 pages, 1995.

6) Co-Éditeur avec N. Sánchez des Comptes Rendus du Troisième Colloque Cosmologie. Observatoire de Paris, Juin 1995. World Scientific, 420 pages, 1996.

7) Co-Éditeur avec N. Sánchez des Comptes Rendus du Quatrième Colloque Cosmologie. Observatoire de Paris, Juin 1997. World Scientific, 319 pages, 1998.

8) Co-Éditeur avec N. Sánchez des Comptes Rendus du Cinquième Colloque Cosmologie. Observatoire de Paris, Juin 1998, 357 pages. Publié par l’Observatoire de Paris.

9) Co-Éditeur avec N. Sánchez des Comptes Rendus du Sixième Colloque Cosmologie, Observatoire de Paris, Juin 1999, 348 pages. Publié par l’Observatoire de Paris.

10) Co-Éditeur avec I. M. Khalatnikov et N. Sánchez des Proceedings du VIIIème Course de l’École Internationale de Physique Astrofondamentale ‘D. Chalonge’, Decembre 2000, Kluwer Eds. 2001.

11) Co-Éditeur avec N. Sánchez des Comptes Rendus du Septième Colloque Cosmologie, Observatoire de Paris, Juin 2002, 400 pages. Publié par l’Observatoire de Paris.

12) Co-Éditeur avec N. Sánchez des Comptes Rendus du Huitième Colloque Cosmologie, Observatoire de Paris, Decembre 2004, 420 pages. Publié par l’Observatoire de Paris.

13) Co-Editeur avec N. Sánchez des Comptes Rendus du Neuvième Colloque Cosmologie, Observatoire de Paris, Juin 2005, 440 pages. Publié par l'Observatoire de Paris.

14) Co-Editeur avec F. J. Cao et N. Sánchez des Comptes Rendus du International Complutense Seminar, Madrid, Septembre 2005, 216 pages. Publié par l'Observatoire de Paris.

15) Co-Editeur avec N. Sánchez des Comptes Rendus du Dixième Colloque Cosmologie, Observatoire de Paris, Octobre 2006, 500 pages. Publié par l'Observatoire de Paris.

16) Co-Editeur avec N. Sánchez des Comptes Rendus du Onzième Colloque Cosmologie, Observatoire de Paris, Août 2007, 500 pages. Publié par l'Observatoire de Paris.

17) Co-Editeur avec N. Sánchez et M. C. Falvella des Comptes Rendus du Douzième Colloque Cosmologie, Observatoire de Paris, Juillet 2008, 500 pages. Publié par l'Observatoire de Paris.

18) Co-Editeur avec N. Sánchez et M. C. Falvella des Comptes Rendus du Treizième Colloque Cosmologie, Observatoire de Paris, Juillet 2009, 500 pages. Publié par l'Observatoire de Paris.

### VIII. LECTEUR (REFEREE) DE JOURNAUX SCIENTIFIQUES

Nuclear Physics A et B

Physical Review D et Physical Review Letters

Journal of Physics A

Physics Letters A et B

Classical & Quantum Gravity

Modern Physics Letters et Int. J. Modern Physics A.

Membre du Comité Éditorial (Editorial Board) du Journal of Physics A (1991-95).

### IX. VISITES DE LONG SÉJOUR DANS DES INSTITUTS DE RECHERCHE

LPTENS-Paris, 1975-1977.

Dph-T CEN Saclay, 1978-1979.

CERN, Division Théorique, Geneve, 1986-1987.

Nordita/Niels Bohr Institut, Copenhagen, Avril-Mai 1990.

Isaac Newton Institute, Cambridge, U K,  
Novembre/Decembre 1992 et Octobre/Novembre 1994.

### X. POSITION HONORAIRE

Adjunct Professor (niveau full professor) à l'Université de Pittsburgh, Département de Physique et Astronomie (1998- ).

[Un 'Adjunct Professor' a les mêmes droits qu'un Professeur mais sans l'obligation d'enseigner puisque il ne perçoit pas de salaire. Cette à dire, le 'Adjunct Professor' peut donner des cours, présider des jurys de Thèse, faire partie des comités pour le recrutement des professeurs, etc.]

## XI. SEMINAIRES

J'ai donné un (ou plusieurs) Séminaires dans les Institutions suivantes:

Allemagne:

Universités de Berlin, Bonn, Dortmund, Freiburg, Hamburg (DESY), Karlsruhe, Sarrebruck.

France:

LPTHE (Paris VI-VII), École Polytechnique, ENS Mathématiques, IHES (Bures), Institut Henri Poincaré, LPTENS, Obs. de Meudon, IPN Orsay, LPTHE Orsay, Saclay (Orme des Merisiers), Univ. de Cergy-Pontoise, PSC Grenoble, CPT Marseille, USTL Montpellier, CPN et Univ. de Strasbourg, Univ. de Tours.

Italie:

Universités de Milano, Milano-Bicocca, Napoli, Parma, Roma et SISSA (Trieste).

Espagne:

Universités de Barcelone (Bellaterra), Bilbao, Madrid (Complutense et Consejo [CSIC]), Salamanque, Saint-Jacques de Compostelle, Saragosse.

Argentine:

Universités de Buenos Aires, La Plata, Centro Atómico Bariloche, CONEA (Buenos Aires).

Grande Bretagne:

Universités de Cambridge (DAMTP et Institut Newton), Durham, Imperial College (Londres) et Sussex.

Russie:

Instituts Landau, Lebedev et Steklov de l'Académie des Sciences (Moscou), Institut Steklov (Leningrad)

Chine:

CCAST et Université de Beijing, Université de Xian et Université de Nankai (Tianjin).

Australie:

Universités de Canberra et Sydney.

Danemark:

Université de Copenhagen (Institut Niels Bohr) et NORDITA.

Etats-Unis:

Séminaires aux Universités de Berkeley, Brown (Providence), Chapel Hill (North Carolina), Clarkson (Potsdam, NY), Miami (Coral Gables), New York: City College et New York University (NYU), Pennsylvania State University (PSU), Pittsburgh, Rutgers, Urbana (Illinois), à Brookhaven (Upton, NY), à Fermilab (Batavia, IL) et au Centre de Physique de Aspen.

Finlande:

Univ. de Helsinki et Univ. de Turku.

Irlande:

IAS Dublin.

Brésil:

Univ. de Porto Alegre, São Paulo et CBPF (Rio de Janeiro).

Japon:

RIMS (Kyoto), Univ. de Tokyo.

Suisse:

CERN (Div. Th), Univ. de Genève, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, ETH (Zentrum) et ETH (Hongerberger), Zurich.

Belgique:

Univ. de Louvain la Neuve.

Israël:

Univ. de Jerusalem (Hebrew University), Neve Shalom et Univ. Ben Gurion du Negev.

Canada:

Univ. de Montréal.

Taiwan:

Academia Sinica, Taipeh.

1) 'La gravitation façonne l'Univers en fractals',

F. Combes, H. J. de Vega et N. Sánchez,

LA RECHERCHE, no. 313, p. 41-43, Octobre 1998.

2) Reportage presse écrite: Consulté pour une série d'articles sur l'origine de l'univers publiés dans le journal 'Clarín', Buenos Aires, Argentine

3) 'Inflation at the origin of the Universe and its consequences today',

Conférence d'intérêt générale donnée au ESOF2010 - (EuroScience Open Forum, 2-7 juillet 2010, Torino, Italie), salle de 500, bâtiment Lingotto Congressi (ancien Fiat), Lundi 5 juillet.

**XIII. ENCADREMENT DE POSTDOCS**

| Nom             | Position Présente                                   | Sejour à Paris |
|-----------------|-----------------------------------------------------|----------------|
| T. J. M. Simões | Professeur à l'Univ.<br>de Porto Alegre, Brésil     | 1987-88        |
| H. J. Giacomini | Professeur à l'Univ.<br>de Tours                    | 1989           |
| M. E. V. Costa  | Professeur à l'Univ.<br>de Porto Alegre, Brésil     | 1989-90        |
| I. L. Egusquiza | Professeur à l'Univ.<br>de Bilbao, Espagne          | 1993           |
| G. Giavarini    | PDG de son entreprise<br>Parma, Italie              | 1992-1993      |
| M. D'Attanasio  | J. P. Morgan, Londres                               | 1995-1996      |
| M. Simionato    | Physics Department<br>University of Pittsburgh, USA | 1999-2001      |

# RÉSUMÉ DES TRAVAUX

(1972–2009)

Mes travaux de recherche couvrent différents domaines de la physique théorique.

- 1 Renormalisation et groupe de renormalisation.
- 2 Solutions Classiques en Théorie des champs et leur quantification.
- 3 Théories Intégrables
- 4 Théorie des Cordes
- 5 Dynamique des Champs Quantiques et Cosmologie
- 6 Les fluides autogravitants
- 7 Théorie de l'Univers Primordial Confrontée aux Observations.

## Nota Bene

Les références en [...] renvoient à la liste de publications des articles. Les références en (...) renvoient à la liste des congrès et cours d'écoles.

## XIV. RENORMALISATION ET GROUPE DE RENORMALISATION.

La méthode de renormalisation dimensionnelle a été proposée en 1971 par C. G. Bollini et J. J. Giambiagi à La Plata (quelque mois après, 't Hooft et Veltman la proposèrent à Utrecht).

Nous prouvons en réf.[3] que les diagrammes de Feynman régularisés par régularisation dimensionnelle ont en général un pôle multiple à  $\nu = 4$ . Des formules pour l'ordre de ce pôle sont données comme fonction de la structure du diagramme. De plus, nous établissons à tous les ordres de la théorie des perturbations que toute théorie de champs renormalisable peut être rendue finie par des contre-termes locaux formés par des pôles multiples à  $\nu = 4$  en utilisant la méthode BPH. Nous démontrons en 1972 dans cet article qu'on peut utiliser la méthode de renormalisation dimensionnelle à tous les ordres de la théorie des perturbations pour toute théorie des champs renormalisable.

Ces résultats sur la renormalisation dimensionnelle sont généralisés à des opérateurs composites en réf.[8].

En 1973 l'étude des anomalies en théorie des champs était à ses débuts. Nous obtenons en réf.[4-5] les termes de Schwinger et de seagull en électrodynamique quantique par régularisation dimensionnelle. Contrairement aux expectatives de l'époque, nous trouvons que la théorie des champs régularisée dimensionnelle possédait des anomalies.

La théorie des phénomènes critiques avec le groupe de renormalisation démarre au début des années 70. En 1973 nous nous adressons au problème d'une théorie de champs scalaire avec un champ dont sa masse s'annule au point critique et des autres qui restent toujours massifs. Nous avons ainsi proposé un modèle de théorie des champs pour les systèmes antiferromagnétiques et dérivé ses propriétés par la méthode du groupe de renormalisation en refs. [6,7]. Nous avons établi que les exposants critiques du champ 'staggered' (de masse nulle) sont identiques à ceux du ferromagnétisme. Ce résultat a été retrouvé pour des théories de jauge par T. Appelquist et J. Carazzone au même temps [Phys. Rev. D11, 2856 (1975)] et il est connu dans la littérature comme 'théorème de Appelquist-Carazzone' en dépit du fait que nos travaux ont été publiés un an plus tôt.

Nous avons calculé les corrections au scaling provenant de la magnétisation (champ massif) et prouvé qu'elles sont plus petites que celles provenant du champ 'staggered'. De plus, nous avons calculé l'équation d'état et trouvé l'équation de la ligne critique ainsi que les différentes susceptibilités et la chaleur spécifique.

- 1 Vortices en théories de jauge.
- 2 Quantification de solitons et instantons. (voir aussi 4.2.C).
- 3 Les ambiguïtés de Gribov en théories de jauge non-abéliennes et dans la quantification de solitons.
- 4 La transformation de scattering inverse en théorie quantique des champs. Scattering inverse dans le moment angulaire et son application des modèles en  $\nu$  dimensions d'espace-temps ( $\nu = 1, 2, 3, 4$ ). Voir aussi 4.1.C.

### A. Vortices en théories de jauge.

Les équations du modèle de Higgs abélien sont réduites à des équations différentielles de premier ordre et résolues en réf.[9]. Ceci est possible au point limite entre la supraconductivité de type I et II. Nous signalons de plus que le modèle est supersymétrisable dans ce cas. Nous trouvons la masse des vortex proportionnelle au flux magnétique quantifié et le tenseur des tensions nul. C'est à dire que les vortex n'interagissent pas dans ce point précis et des solutions à  $n$ -vortex peuvent exister. Les champs sont calculés en série de puissances de  $r$  et asymptotiquement pour  $r \rightarrow \infty$ . Les deux développements sont raccordés numériquement avec précision[9].

La réf.[9] a eu un impact important puisqu'elle présente la première solution de vortex explicite. Cette solution bidimensionnelle correspond au monopole de Prasad-Sommerfield à trois dimensions et à l'instanton de Belavin et al. à quatre dimensions. Réf.[9] a stimulé des recherches sur les vortices par E. Weinberg (1979), R. Jackiw (1981), et d'autres. Bogomolny a expliqué la signification de ces solutions de vortex qui saturent la borne topologique.

L'équation de Dirac et la seconde quantification des fermions dans le champ d'un vortex sont résolues en réf.[11]. La présence des interactions de longue portée vortex-fermion dues au couplage de la topologie du champ de jauge avec le moment angulaire du fermion est établie [11]. Ses effets à basse énergie dans le scattering vortex-fermion sont calculés. Des états liés vortex-fermion au seuil sont trouvés et calculés explicitement. Ces effets sont à la base des propriétés marquantes de cordes cosmiques supra-conductrices (Witten, Jackiw, etc.). De plus, des solutions de vortex pour des théories de jauge non abéliennes comme  $SU(2)$  sont proposées et construites en réf.[11].

Les solutions de champs avec indice de Hopf non nul sont étudiées en réf.[10] pour la première fois. Il est établi que ces solutions sont de vortices fermés à symétrie toroïdal et énergie finie. Le paramètre d'ordre tourne en espace interne quand on fait le tour du vortex. Une borne inférieure à la masse est donnée pour des modèles avec des termes quartiques dans les dérivés du champ. Ce travail a été répété (en partie) des années plus tard par Y.S. Wu et A. Zee [Nucl. Phys. B324 (1989) 623].

La présence de termes de Chern-Simmons permet d'obtenir des solutions de vortex avec charge électrique non nulle et énergie finie par unité de longueur. Nous trouvons en refs. [44]-[45]  $N - 1$  type de solutions des solutions de vortex chargées pour la théorie de jauge  $SU(N)$ . Leur charge électrique et leur moment angulaire (spin) résultent proportionnels et quantifiés.

### B. Quantification de solitons et instantons.

À partir de 1974, différents groupes (Dashen, Hasslacher et Neveu, Gervais et Sakita, Goldstone et Jackiw, Faddeev et al.) réussissent à formuler la quantification des solitons en théorie des champs. Le premier calcul au-delà d'une boucle est présenté en réf.[10]. Les difficultés qui apparaissaient au niveau des deux boucles sont résolues en tenant compte de l'ordre des opérateurs dans l'hamiltonien. Je prouve que les contre-termes UV du secteur du vide éliminent toutes les divergences du secteur soliton. La masse du breather est calculée explicitement dans le modèle sine-Gordon vérifiant la formule DHN à cet ordre [10]. (On prouve que cette formule est exacte par Ansatz de Bethe, voir réf.[66]).

Les instantons ont suscité un grand intérêt vers 1976-78 parce qu'on croyait qu'ils pouvaient gouverner le vide de la théorie de Yang-Mills. Nous avons développé une méthode pour construire l'état fondamental (et les excitations) et en mécanique quantique et en théorie des champs basée sur l'équation de Schrödinger [13-15]. C'est à dire nous construisons la fonction d'onde à partir des solutions classiques instanton. Ceci nous a permis de calculer systématiquement le dédoublement de l'énergie du fondamental dans des potentiels à double puits à  $N$  degrés de liberté [13]-[14]. De plus, nous avons construit la fonction d'onde et les valeurs propres de l'énergie dans de vides  $\theta$  en théories de jauge à symétrie brisée ainsi que les états des particules [15].

Voir aussi sec. 3.9 et 4.2.

Les ambiguïtés de Gribov [V. N. Gribov, Nucl. Phys. **B139**, 1 (1978)] interdisent de formuler une théorie de jauge non-abélienne dans tout l'espace de configuration. En réf.[16] nous introduisons le concept d'**horizon** de Gribov. L'horizon autour d'une configuration  $A^0$  donnée des champs est défini comme le champs le plus proche à  $A^0$  possédant des ambiguïtés de Gribov. Des équations classiques non-linéaires déterminant l'horizon sont écrites en réf.[16].

Ces concepts sont ensuite appliqués à la quantification des solitons avec coordonnées collectives. Pour un modèle bidimensionnel nous trouvons que l'horizon optimal (celui que referme la portion la plus large de l'espace de configuration) se trouve au seuil de la production soliton-antisoliton [16].

Le nom 'horizon de Gribov' est devenu par la suite un terme standard. Il apparaît dans le titre de 20 articles d'après Spire entre 1983 et 2006.

#### D. La transformation de scattering inverse en théorie quantique des champs. Scattering inverse dans le moment angulaire et son application à des modèles en $\nu$ dimensions d'espace-temps ( $\nu = 1, 2, 3, 4$ ).

Si on cherche des points stationnaires des actions effectives à une boucle on trouve des équations **non-linéaires et non-locales**. Ceci est dû au fait que la variation d'un déterminant fonctionnel par rapport au champ à un point donné donne comme résultat la fonction de Green qui est non-locale dans le champ.

J'arrive à résoudre analytiquement ces équations non-linéaires et non-locales dans les cas où on peut trouver une transformation de scattering inverse adéquate. C'est à dire si les termes locaux de l'action effective peuvent s'écrire explicitement en termes des données de diffusion. (On peut toujours le faire avec le déterminant fonctionnel, voir [34],[40],[41]).

Les points de col de la théorie  $(\vec{\phi}^2)^2$  dans le développement  $1/N$  obéissent à une équation de ce type. J'ai trouvé les points de col (instantons) pour ce modèle à une dimension (oscillateur anharmonique) en utilisant le scattering inverse [17]. De plus, j'ai calculé analytiquement les petites fluctuations autour.

Les instantons d'un oscillateur non- $O(N)$  symétrique avec potentiel

$$\sum_a (m_a^2 \phi_a^2) + \frac{g}{N} (\vec{\phi}^2)^2$$

sont obtenus aussi. Ceci m'a permis de calculer le comportement asymptotique de la série  $1/N$  pour ce modèle anisotrope.

La généralisation de ces calculs à la théorie des champs n'est pas trivial. Elle est faite en réf.[21,22,27,34] et [35]. La considération des configurations à symétrie sphérique m'a permis de trouver une transformation de scattering inverse appropriée au problème. C'est la transformation dans le moment angulaire [22].

L'action effective du développement  $1/N$  pour la théorie  $g (\vec{\phi}^2)^2$  est ré-écrite explicitement en termes de données de diffusion en réfs. [27,34-35] pour  $\nu = 2, 3$  et 4. Nous trouvons que les équations du col sont solubles analytiquement dans la théorie de masse nulle à  $\nu = 4$ . Des formules explicites pour le nombre infini d'instantons trouvées dans ce cas sont données [34-35]. Dans les cas non-intégrables nous utilisons des approximations variationnelles pour calculer l'action de l'instanton dominant et ce pour  $0 \leq g \leq \infty$ . De cette façon les grands ordres du développement  $1/N$  sont obtenus. Nous trouvons que la série  $1/N$  est Borel sommable pour  $0 \leq \nu \leq 3$ . À  $\nu = 4$ , elle n'est plus Borel sommable due à la présence d'un instanton avec action réel et positive si la constante de couplage renormalisée  $g_R$  est positive [34-35]. Nous donnons une estimation de la vie moyenne de l'état fondamental. Pour  $g_R < 0$ , les instantons indiquent sommabilité Borel, mais des tachyons apparaissent comme particules.

La limite de couplage fort du modèle  $(\vec{\phi}^2)^2$  donne le modèle sigma non-linéaire. L'étude de l'action effective à  $\nu = 2$  montre que les instantons disparaissent dans cette limite. Ceci suggère fortement que la série  $1/N$  du modèle sigma non-linéaire bidimensionnel converge [21]. Le développement explicite de la matrice  $S$  exacte confirme cette conjecture.

La famille des modèles fermioniques avec interaction  $g_1(\bar{\Psi}\Psi)^2 + g_2(\bar{\Psi}\gamma_5\Psi)^2$ , où  $\Psi$  est un champ de Dirac à  $N$  composantes, est investiguée en réf.[40]. L'utilisation de la transformation de scattering dans le moment angulaire nous a permis des instantons du développement  $1/N$ . Ils indiquent un développement  $1/N$  sommable Borel pour

des valeurs négatives de la constante de couplage renormalisée. Les équations du col sont solubles analytiquement dans deux cas particuliers: les modèles GN et CGN. L'absence d'instantons dans ces deux cas suggère fortement que la série  $1/N$  est convergente pour ces deux modèles intégrables bidimensionnels[40]. À nouveau, le développement explicite de la matrice  $S$  exacte confirme cette conjecture.

La méthode du scattering inverse dans le moment angulaire est appliquée à un modèle avec des fermions couplés à la Yukawa avec deux champs scalaires [41]. L'action effective obtenue par intégration sur les fermions est réécrite en termes de données de diffusion de l'équation de Dirac. Les équations du col sont solubles analytiquement dans le cas où le self-couplage scalaire  $g$  coïncide avec le carré du couplage de Yukawa  $\lambda$ . Un nombre infini d'instantons est trouvé analytiquement. Le développement perturbatif en  $g = \lambda^2$  résulte non-sommable Borel [41].

Le développement  $1/N$  ne se limite pas à l'interaction quartique. On peut le faire pour tout potentiel de la forme  $N V(\vec{\phi}^2/N)$ . En réf.[31] nous trouvons en forme explicite les instantons de la théorie de perturbations en  $1/N$  pour ces potentiels en mécanique quantique. L'ordre  $K$  du développement  $1/N$  est calculé à des corrections d'ordre  $K^{-1}$  près en termes des quadratures du potentiel. La série  $1/N$  résulte sommable Borel pour une large classe des potentiels.

Voir aussi 4.2.C.

Mon travail de recherche dans le domaine des théories intégrables s'est développé dans plusieurs directions interconnectées. [Voir aussi sec. 2.3 et 4.1.C].

- 1 Solutions des équations de Yang-Baxter, théories  $W$  invariantes perturbées et théories  $Z_N$  invariantes.
- 2 Charges non-locales, matrices de monodromie et leur algèbre. (Symétries infinies en théorie des champs intégrables. Algèbres affines  $q$ -déformées).
- 3 Résolution exacte des modèles sur réseau par la méthode de l'Ansatz de Bethe et les Ansatz de Bethe emboîtées.
- 4 Théories des champs comme limite continue des modèles sur réseau: l'approche du cône de lumière. Modèles fermioniques, modèles  $\sigma$  et généralisations.
- 5 Calculs de taille finie et thermodynamique des théories intégrables (TBA).
- 6 Groupes quantiques et Ansatz de Bethe. Les conditions de bord compatibles avec l'intégrabilité.
- 7 Symétries de jauge locale dans les modèles intégrables.
- 8 Les modèles à spins alternés et leur solution exacte.
- 9 Le modèle de Thirring de masse nulle et la chaîne XXZ.  
Fermionisation des spins  $Z_n$ .
- 10 Théories de Toda quantique affines.
- 11 Le modèle sine-Gordon complexe quantique.
- 12 Les équations classiques de Yang-Mills self-dual à quatre dimensions.
- 13 Les données de diffusion comme variables d'intégration fonctionnelle.

**A. Solutions des équations de Yang-Baxter, théories  $W$  invariantes perturbées et théories  $Z_N$  invariantes.**

En réf.[24] nous trouvons la matrice  $R$  quantique de la théorie de Toda  $A_n$  massive (affine). Nous nous appuyons sur une théorie de champs intégrable classiquement pour produire une matrice  $R$ . Cette matrice  $R$  s'avère être une nouvelle solution de l'équation de Yang-Baxter. Ceci est la première matrice  $R$  quantique connue associée à une algèbre de Lie de rank plus grande que l'unité. Elle est associée avec l'algèbre  $A_n$  dans la représentation des quarks et généralise la matrice  $R$  du modèle de sine-Gordon.

Cette méthode pour produire des solutions des équations de Yang-Baxter est ensuite utilisée par M. Jimbo [Comm. Math. Phys. **102**, 537 (1986)] qui trouve les matrices  $R$  pour toutes les autres algèbres de Lie non-exceptionnelles. L'étude de la structure de la matrice  $R$  de réf.[24] a joué un rôle important dans la formulation de Jimbo de groupes quantiques [Lett. Math. Phys. **11**, 247 (1986)].

Du point de vue physique, la matrice  $R$  de réf.[24] a le défaut de ne pas être invariante par croisement. Ce problème est résolu en réf.[82]. Passant des vertices à faces, doublant l'espace interne et imposant la restriction  $q^{n+k+1} = 1$ , nous obtenons une matrice  $S$  unitaire et invariante par croisement qui décrit le scattering de kinks. Cette matrice est la matrice  $S$  d'une théorie des champs massive qui peut être obtenue comme perturbation d'un modèle conforme unitaire à symétrie  $W(A_n)$  par un opérateur rélevant associé à la représentation adjointe de  $GL_n$  [82]. Ces modèles possèdent la dualité entre le niveau et le rang ( $n \leftrightarrow k$ ) [82]. Ces résultats ont été généralisés par la suite par D. Gepner et al. et par I. Vaysburd, parmi d'autres.

En réf.[96] nous définissons des charges  $Z_N$  par leur action sur les états asymptotiques des particules. Cette action implique un coproduit non-trivial. Nous trouvons les matrices  $S$  invariantes sous ces charges  $Z_N$ . Ces matrices  $S$  résultent invariantes sous C, P, T, croisement et unitarité. Les facteurs d'unitarisation sont calculés explicitement.

Les théories de champs massives décrites par ces matrices  $S$  sont identifiées comme le produit direct de deux modèles conformes parafermioniques  $Z_N$ , perturbés par le produit des opérateurs thermiques des deux modèles [96].

## B. Charges non-locales, matrices de monodromie et leur algèbre. (Symétries infinies en théorie des champs intégrables. Algèbres affines $q$ -déformées).

Les théories intégrables classiques invariantes d'échelle comme le modèle sigma (et ses généralisations) et les modèles GN, CGN (et ses généralisations, voir [33]) possèdent un nombre infini des courants conservés non-locales. En réf.[18] nous obtenons ces courants ainsi qu'une famille des transformations de Bäcklund. [Des résultats analogues ont été obtenus à l'époque par Brézin, Itzykson, Zinn-Justin et Zuber et par Eichenherr et Forger, respectivement].

Nous avons calculé l'algèbre canonique de matrices de monodromie (fonction génératrice des charges non-locales) pour le modèle sigma  $O(N)$  en réf.[32] et pour les modèles GN, CGN et ses généralisations en réf.[33].

Nous trouvons pour les modèles fermioniques une algèbre de Yang-Baxter classique. Il faut souligner que la matrice de monodromie entière est conservée ici et non pas seulement sa trace. Il s'agit donc, d'une symétrie infinie non-abélienne.

Nous construisons explicitement en réfs. [32] et [37] les matrices de monodromie quantiques  $T(\lambda)$  pour les modèles sigma  $O(N)$ , Thirring  $SU(N)$  et Gross-Neveu  $O(2N)$ . Notre construction exacte est du type bootstrap et nous a permis de calculer les éléments de matrice de  $T(\lambda)$  pour tous les états physiques ('in' et 'out'). Ensuite nous avons dérivé l'algèbre des  $T(\lambda)$ . Nous avons trouvé une algèbre de Yang-Baxter quantique pour elles. L'algèbre et les éléments de matrice des charges non-locales suivent par développement en puissances de  $\lambda$ . Nous avons utilisé le développement à courtes distances des opérateurs (operator product expansion) pour vérifier nos résultats **non-perturbativement**. Notre construction bootstrap s'applique de fait à toutes les théories intégrables bidimensionnelles, même celles que classiquement n'ont pas de charges non-locales.

Nous avons ainsi montré **explicitement et pour la première fois**

- i) l'existence d'un nombre infini des charges non-locales quantiques et trouvé leurs éléments de matrice,
- ii) la présence d'une symétrie infinie non-abélienne sur les états physiques des théories des champs intégrables.

Ces charges non-locales quantiques ne commutent pas entre elles. Elles obéissent une algèbre de Yang-Baxter que nous présentons explicitement.

Ces constructions remarquables sont appelées à présent 'yangians'.

En réf.[107] nous construisons par la méthode de réfs. [32,37] la matrice de monodromie quantique pour le modèle de sine-Gordon/Thirring. De plus, nous utilisons l'approche cône de lumière (res.[53,57,66]) pour construire et diagonaliser la matrice de transfert du modèle à six vertex  $\tau(\lambda)$ . Nous trouvons que  $\tau(\lambda)$ , à la limite thermodynamique, a deux branches avec une discontinuité entre elles. La première branche (contenant l'axe réel  $\lambda$ ) génère les charges locales commutantes y compris l'hamiltonien et l'impulsion. La seconde branche génère les charges non-locales et non-commutantes. Cet important résultat éclaircie la structure cachée des théories intégrables à la limite de volume infini [107].

L'accord entre les résultats du bootstrap de 1983-84 et les résultats par Ansatz de Bethe en 1993 est parfait. Ces travaux montrent explicitement la présence d'une symétrie infinie non-abélienne dans les théories des champs intégrables à deux dimensions. Plus précisément, il s'agit des algèbres affines  $q$ -déformées [107].

## C. Résolution exacte des modèles sur réseau par la méthode de l'Ansatz de Bethe et des Ansatz de Bethe emboîtées.

Le nom 'Ansatz de Bethe' n'est pas approprié. Il ne s'agit pas d'une 'Ansatz' puisque cette méthode produit la solution exacte des modèles dont elle s'applique.

Nous avons réussi à obtenir les vecteurs et valeurs propres de la matrice de transfert pour des nouvelles classes des modèles intégrables sur réseau. Ce que nous avons fait peut-être considéré comme des généralisations hautement non-triviales de l'Ansatz de Bethe pour le modèle XXX.

Par modèles intégrables, nous entendons ceux construits avec des solutions des équations de Yang-Baxter (équations écrites pour la première fois par Mc Guire en 1964).

L'Ansatz de Bethe emboîtée est probablement la construction algébrique la plus sophistiquée de vecteurs propres sur réseau. Elle apparaît pour des modèles où le groupe quantique sous-jacent est de rang plus grand que l'unité.

En réf.[25] le modèle  $A_n$  trigonométrique/hyperbolique est résolu par Ansatz de Bethe emboîtée algébrique avec des conditions de bord périodiques.

En réf.[47] le modèle  $D_n$  rationnel est résolu par Ansatz de Bethe emboîtée algébrique avec des conditions de bord périodiques.

En réf.[106] le modèle de cordes sans intersection est résolu par Ansatz de Bethe analytique. La solution trouvée montre que ce modèle se relie à des représentations de  $SU_q(2)$  avec spin 1/2 et spin infini.

En réf.[111] le modèle  $A_n$  trigonométrique/hyperbolique est résolu par Ansatz de Bethe algébrique emboîtée avec des conditions de bord invariants sous  $SU_q(n+1)$ .

En réf.[111] le modèle  $A_n$  trigonométrique/hyperbolique est résolu par Ansatz de Bethe emboîtée algébrique avec des conditions de bord bords ouverts (non-invariantes sous  $SU_q(n+1)$ ).

Tous ces modèles sont des modèles à vertex. En réf.[72] nous avons résolu des modèles à faces par Ansatz de Bethe algébrique. Plus précisément, le dual du modèle à six vertex et le modèle critique SOS-ABF. La solution des modèles RSOS est obtenue en réf.[98] par réduction de l' Ansatz de Bethe du six vertex à l'aide du groupe quantique  $SU_q(2)$ .

L' Ansatz de Bethe traduit les conditions de vecteur propre dans un ensemble des équations algébriques: les équations de l' Ansatz de Bethe. Ces équations cachent un très riche contenu physique.

La résolution des équations de l' Ansatz de Bethe à la limite thermodynamique nous a permis de calculer les grandeurs physiques de l'état fondamental et des états excités. Notamment l'énergie libre, les relations de dispersion pour les excitations et leur matrice  $S$ .

Nous avons obtenu pour tous les modèles résolus des représentations intégrales (pour les cas sans gap) ou en séries infinies (cas avec gap) de l'énergie libre. L'énergie et l'impulsion des excitations s'expriment en termes de fonctions élémentaires (cas sans gap) ou elliptiques (cas avec gap). Nous obtenons des représentations intégrales pour les matrices  $S$ .

Ce programme est réalisé en réf.[25] et [29] pour les modèles  $A_n$  trigonométrique, en réf.[47] pour le modèle  $D_n$  rationnel, en réf.[81] pour le modèle  $A_n^{(2)}$ , en réf.[89] pour les modèles  $B_n^{(1)}$ ,  $D_n^{(1)}$ ,  $A_{2n}^{(2)}$ ,  $A_{2n-1}^{(2)}$ ,  $D_n^{(2)}$  et  $E_6^{(2)}$ , et en réf.[90] pour le modèle de Perk-Schulz (modèles  $A_n$  non-compacts). Cet intéressant modèle possède un comportement critique qui n'est pas celui des théories conformes [90].

L'étude des équations de l' Ansatz de Bethe pour les états excités réserve des surprises en ce qui concerne les racines complexes. À température zéro et en absence de champ externe l'hypothèse de 'strings' faite par Hans Bethe s'avère fautive. Les positions des racines complexes à la limite thermodynamique sont déterminées par un ensemble fini d'équations algébriques du type de l' Ansatz de Bethe (équations de Bethe dits 'de niveau supérieur'). En réf.[28] nous avons calculé le spectre de racines complexes pour le modèle à six vertex et en réf.[29] pour le modèle à vertex  $A_n$  trigonométrique. Ces équations de niveau supérieur jouent un rôle crucial dans le spectre de charges non-locales comme nous l'avons découvert en réf.[107].

#### D. Théories des champs comme limite continue des modèles sur réseau: l'approche du cône de lumière. Modèles fermioniques, modèles $\sigma$ et generalizations.

L'approche du cône de lumière permet de trouver **systématiquement** la théorie des champs qui décrit la limite continue d'un modèle intégrable sur réseau [66].

Nous avons dérivé le modèle de Thirring massif nu ('bare') à partir du modèle à six-vertex [53]. Les équations de mouvement quantiques sur réseau sont obtenues et les paramètres de deux modèles connectés explicitement.

L'approche du cône de lumière est généralisée à **tout modèle** à vertex soluble par Ansatz de Bethe en réfs. [55] et [57]. Les opérateurs hamiltonien et moment sur réseau sont définis en termes de la matrice de transfert diagonal-à-diagonal. Une relation très simple entre cette matrice de transfert diagonal-à-diagonal et la matrice de transfert ligne-à-ligne (row-to-row) avec des inhomogénéités alternées est découverte [57].

Ces relations permettent de calculer le spectre de l'hamiltonien et du moment par la diagonalisation de la matrice de transfert avec des inhomogénéités alternées par Ansatz de Bethe. C'est à dire nous diagonalisons les matrices de transfert ligne-à-ligne et diagonal-à-diagonal avec la **même** Ansatz de Bethe.

Un très vaste ensemble des théories de champs s'obtient par l'approche du cône de lumière [66]. En réf.[57] nous obtenons les modèles fermioniques invariants chiraux invariants sous un groupe semi-simple  $\mathcal{G}$  à partir des modèles à vertex définis par des matrices  $R$  rationnelles. De plus, nous trouvons le modèle principal chiral  $SU(2)$  à la limite de représentations de dimension infinie de  $R$  [57]. [Une construction analogue pour ce modèle principal chiral avait

été proposée par Faddeev et Reshetikhin, Ann. Phys. 167, 227 (1984) inspiré à son tour par le travail de Polyakov et Wiegmann].

En réf.[56] nous calculons la limite de  $N_f \rightarrow \infty$  du modèle GN chiral à  $N_f$ -saveurs. Nous prouvons qu'elle donne le modèle sigma principal chiral avec des conditions de bord twistées sur lesquelles on intègre aussi. Cette intégration sur les twists restreint l'espace des états au secteur singlet (gauche ou droite). Une inégalité rigoureuse pour le déterminant de Dirac bidimensionnel est prouvée au cours de cette dérivation [56].

Les résultats de réf.[56] donnent une dérivation indépendante des méthodes de résolution exacte (Ansatz de Bethe) du fait que seul le secteur singlet du modèle principal chiral est obtenu (Faddeev et Reshetikhin et réf.[57]).

L'approche cône de lumière permet de calculer **systématiquement** le spectre de particules et leur matrices S à partir des équations de l'Ansatz de Bethe. Ce programme est réalisé en réf.[89] pour des matrices R trigonométriques associées aux algèbres de Lie  $B_n^{(1)}$ ,  $D_n^{(1)}$ ,  $A_{2n}^{(2)}$ ,  $A_{2n-1}^{(2)}$ ,  $D_n^{(2)}$  et  $E_6^{(2)}$ , et en réf.[90] pour le modèle de Perk-Schulz.

En réf.[71] nous étudions la limite continue du modèle à huit vertex par l'approche du cône de lumière. Nous trouvons une classe générale de dépendance des paramètres du modèle dans la maille du réseau  $a$  (paramètre spectral  $\theta$ , anisotropie  $\gamma$  et module elliptique  $k$ ) qui donne une théorie des champs relativistes pour  $a \rightarrow 0$ . Dans **tous** les cas nous trouvons le modèle de Thirring massif comme limite continu. La dépendance dans le module elliptique  $k$  disparaît à  $a = 0$ . Nous arrivons aux mêmes conclusions en étudiant le flot du groupe de renormalisation perturbatif du modèle fermionique avec couplage courant-courant anisotrope (dans le continu).

### E. Calculs de taille finie et thermodynamique des théories intégrables (TBA).

À la limite thermodynamique les équations de l'Ansatz de Bethe se réduisent à des équations intégrales linéaires solubles par développement Fourier. Leur résolution analytique exacte à taille finie est un problème formidable.

En réf.[38] nous proposons une méthode systématique pour calculer les corrections de taille finie aux grandeurs physiques par l'Ansatz de Bethe. Cet article est à l'origine d'une importante activité dans ce nouveau domaine. Voir les travaux de C. J. Hamer, H. Eckle et F. Woynarovich, M. T. Batchelor, H. J. W. Blöte, F. Alcaraz, M. J. Martins, S. R. Aladim, C. M. Yung, T. T. Truong, A. Berkovich, H. Johansson et d'autres. En réf.[42] l'approche de réf.[38] est appliquée au calcul des corrections de taille finie dans le modèle à huit vertex.

Les calculs de taille finie permettent de déterminer la charge centrale et le spectre des dimensions conformes des états excités de basse énergie. En réf.[50] cela est fait pour le modèle à six vertex.

En réf.[51] la méthode de calculs de taille finie est généralisée aux équations de Bethe emboîtées. En réf.[51] et [59] les corrections de taille finies pour l'état fondamental et les états excités du modèle à vertex  $A_n$  trigonométrique sont calculés. Mes résultats montrent le spectre conforme typique des théories avec invariance  $W$ .

La charge centrale et les dimensions conformes des états excités sont calculés pour une vaste classe des modèles à vertex en réfs. [81], [89] et [90].

L'étude des équations de Bethe menée en réfs. [38], [99] et [122] nous a permis de trouver une équation intégrale non-linéaire qui est équivalente aux équations (algébriques) de l'Ansatz de Bethe pour toute taille. Elle est appelée équation DdV dans la littérature.

Nous avons écrit une telle équation pour le modèle à six vertex avec des conditions de bord périodiques et twistées, pour la chaîne XXZ dans un champ magnétique  $h_z$  et pour le modèle de sine-Gordon/Thirring massif dans une boîte périodique (en utilisant l'approche cône de lumière) (réf.[122]). Dans les trois cas le noyau intégrale est le même, l'inhomogénéité change.

L'équation DdV est soluble par itération dans une régime (hautes températures pour la chaîne XXZ et basses températures pour le modèle de sine-Gordon/Thirring massif). Dans le régime opposé (conforme), les comportements dominants sont obtenus analytiquement. Les corrections d'ordre supérieure sont calculées à partir de la forme Riemann-Hilbert de l'équation DdV qui est présentée en réf.[122].

En conclusion, l'équation DdV indique l'existence des structures sous-jacentes aux équations purement algébriques de l'Ansatz de Bethe. Elle permet de traiter d'une façon unifiée les problèmes de taille finie à température zéro, de taille infinie et température non-nulle (TBA). Ceci nous dit que cette équation effectue explicitement la 'rotation de Wick' pour des modèles intégrables sur réseau. Elle s'applique aussi bien à des chaînes magnétiques qu'aux théories

de champs et aux modèles à vertex (voir réf.[122]). L'équation DdV était en quelque sort déjà implicite dans notre article de 1984 (réf.[38]).

L'équation DdV a été utilisée avec succès par Al. Zamolodchikov [Phys. Lett. B335, 436 (1994) et Nucl. Phys. B432, 427 (1994)], D. Fioravanti, A. Mariottini, E. Quattrini, F. Ravanini [Phys.Lett.B390, 243 (1997)], T. Nassar et O. Tirkkonen [J.Phys. A31 (1998) 9983], P. Zinn-Justin [J.Phys. A31 (1998) 6747], P. Dorey et R. Tateo, [J.Phys.A32:L419,1999, Nucl. Phys. B563:573,1999, Nucl. Phys. B571: 583,2000, Nucl. Phys. B578:699, 2000] P. Dorey, C. Dunning, R. Tateo [Nucl. Phys. B578:699,2000, J. Phys. A33:8427-8442,2000, J. Phys. A40:R205,2007], o'ù l'équation DdV a permis de relier les oscillateurs anharmoniques aux model integrable de sine-Gordon, A. Fring, C. Korff, B.J. Schulz [Nucl.Phys.B549:579,1999], J. Suzuki [J. Phys. A32:2341,1999, Prog. Math. 191:217,2000, J. Phys. A33:3507, 2000, J. Statist. Phys. 102:1029, 2001], G. Feverati, F. Ravanini, G. Takacs [Nucl. Phys. B570:615, 2000], H. Saleur et al. [Phys. Lett. B481:419, 2000], Z. Bajnok, L. Palla, G. Takacs, F. Wagner [Nucl. Phys. B587:585, 2000]. J. Balog, A. Hegedus [J. Phys. A37:1903, 2004], A. Hegedus [Nucl. Phys. B798:379, 2008], C. Ahn et R. I. Nepomechie [Nucl. Phys. B676:637, 2004], C. Ahn et al. [Nucl. Phys. B714:307, 2005], G. Mussardo et al. [Nucl. Phys. B699:545, 2004], D. Dei Cont et B. Nienhuis [J. Phys. A37:3085, 2004], P. Dorey et al. [Nucl. Phys. B772:249, 2007], K. Sakai [J.Phys. A40:7523, 2007], R. A. Janik et T. Lukowski, [Phys. Rev. D76:126008, 2007], J. Teschner, [Nucl. Phys. B799: 403, 2008], C. Ahn, Z. Bajnok, L. Palla, F. Ravanini, [Nucl. Phys. B799:379, 2008], et bien d'autres references (au total 95 citations pour ref.[99] et 92 citations pour ref.[122] à ce jour).

### F. Groupes quantiques et Ansatz de Bethe. Les conditions de bord compatibles avec l'intégrabilité.

En réf.[36] la limite de grand paramètre spectral ( $\lambda$ ) des générateurs de l'algèbre de Yang-Baxter est calculée pour le modèle de six-vertex. Ceci m'a permis de trouver des hamiltoniens intégrables sur  $N$ -sites contenant  $N$  paramètres libres. Ces modèles sont résolus en réf.[36]. De fait, cette limite  $\lambda \rightarrow \infty$  donne les générateurs du groupe quantique  $SU(2)_q$  (qui n'était pas connu à l'époque).

En réf.[92] le modèle à six-vertex est résolu avec conditions de bord fixes (FBC). L'algèbre de Yang-Baxter et celle de  $SU(2)_q$  se referment et la matrice de transfert est invariant  $SU(2)_q$ . De plus, la limite  $\lambda \rightarrow \infty$  des générateurs de Yang-Baxter donne les générateurs de  $SU(2)_q$  [92] de façon directe. Nous démontrons que les états de Bethe pour FBC sont des états de **poinds maximal** de  $SU(2)_q$ . De plus, l'opérateur d'évolution dans l'approche cône de lumière en langage de faces décrit ici le modèle SOS [92].

En réf.[118] la propriété des poids maximal pour  $SU(n)_q$  est prouvée pour les états de Bethe emboîtés dans le modèle  $A_{n-1}$  avec FBC.

Les modèles RSOS sont définis comme restriction des modèles SOS dans le cas où  $q$  est une racine de l'unité ( $q = e^{i\pi/p}$   $p = 2, 3, \dots$ ) [Andrews, Baxter et Forrester, 1984]. En réf.[98] nous trouvons la règle précise pour sélectionner les états de Bethe RSOS de ceux qui ne le sont pas. Il suffit de garder ceux avec spin  $J < \frac{p-1}{2}$  et où il n'y a pas de racines **singulières** [98]. L'application de cette règle aux états de particule nous donne la matrice  $S$  de kinks sur réseau.

La correspondance entre le modèle de six vertex et le modèle de sine-Gordon dans l'approche du cône de lumière [53] implique que la limite continue du modèle  $RSOS(p+1)$  est à identifier avec le modèle de sine-Gordon  $p$ -restreint[98].

Seulement certains conditions de bord sont compatibles avec l'intégrabilité (c'est à dire compatibles avec les équations de Yang-Baxter). Les conditions de bord twistées par une symétrie de la matrice  $R$  (voir [36] et [66]) le sont. (Les conditions de bord périodiques sont un cas particulier des conditions twistées ).

De plus les matrices de réflexion  $K(\lambda)$  solution des équations de Cherednik et Sklyanin définissent des conditions de bord intégrables. En réf.[105] nous trouvons la matrice  $K(\lambda)$  plus générale pour le modèle à six vertex et pour le modèle  $A_n$  si elle est diagonale. En réf.[110] la matrice  $K(\lambda)$  plus générale pour le modèle à huit vertex est trouvée. Les hamiltoniens magnétiques intégrables associés sont dérivés.

### G. Les modèles à spins alternés et leur solution exacte.

En réf.[93] nous proposons une méthode générale pour générer des hamiltoniens unidimensionnels intégrables où à chaque site il y a un spin de type différent. Pour le cas le plus simple, spins 1/2 et spins 1 alternés, l'hamiltonien est une combinaison linéaire de deux opérateurs qui commutent avec des coefficients arbitraires,  $\bar{c}$  et  $\tilde{c}$ .

De plus, en réf.[93] nous trouvons l'énergie de l'état fondamental et des excitations pour le modèle spin 1/2-spin 1 et  $\bar{c} > 0$ ,  $\tilde{c} > 0$ . Ce modèle a des applications expérimentales (voir [108]).

En réf.[108] nous étudions la thermodynamique à basses températures en présence de champ magnétique externe. La charge centrale est calculée. Aladim et Martins [J. Phys. **A26**, L529 (1993)] trouvent la charge centrale du modèle mixte avec spins  $S$  et  $S'$  arbitraires. Martins [J. Phys. **A26**, 7301 (1993)] a calculé la susceptibilité en champ externe pour ces modèles mixtes. Aladim et Martins [J. Phys. **A26**, 7287 (1993)] considèrent le modèle mixte alternant la représentation fondamentale de  $GL(N)$  et celle symétrique d'ordre  $k$  de  $GL(N)$ . Ils calculent la charge centrale et la thermodynamique à basses températures.

J. Abad et M. Rios [Phys. Rev. **B53**, 14000 (1995)] ont construit et résolu par Ansatz de Bethe emboîtées le modèle mixte pour l'algèbre  $A_q^2$  dans la représentation  $3 \times 3^*$ . Leur travail est basé en partie dans la réf.[47].

B. D. Doerfel et S. Meissner ont étudié les propriétés du modèle des spins 1/2 et spins 1 alternés comme fonction des coefficients  $\bar{c}$  et  $\tilde{c}$ . Ils ont notamment trouvé l'état fondamental, les excitations élémentaires, la chaleur spécifique et la susceptibilité magnétique [J. Phys. **A29**, 1949 (1996), J. Phys. **A29**, 6471 (1996) et J. Phys. **A31**, 61 (1998)]. Jin Hong, Seok-Jin Kang, Tetsuji Miwa et Robert Weston [J.Phys. A31 (1998) L515] étudient les fonctions de corrélation de ces modèles mixtes. Ils obtiennent des résultats explicites pour les fonctions à 1-point. H. Saleur et P. Simonetti [Nucl.Phys. B535 (1998) 596] étudient des modèles de théorie des champs reliés aux modèles mixtes sur réseau. Les modèles mixtes introduits en [93] et ses généralisations suivant la méthode de [93] ont été étudiés par A. Doikou [Nucl. Phys. B634:591, 2002, J. Phys. A36: 329, 2003, Nucl. Phys. B668:447, 2003], A. G. Bytsko et A. Doikou [J. Phys. A37: 4465, 2004], A. Kundu, [J. Phys.A35:L447, 2002], O.A. Castro-Alvaredo et J.M. Maillet [J. Phys.A40:7451, 2007], G. A. P. Ribeiro, A. Klumper [Nucl. Phys. B801: 247, 2008]. Il a été trouvé que des modèles de Chern-Simmons à trois dimensions sont connectés au modèles intégrables mixtes au sens de ref.[93] par J. A. Minahan, K. Zarembo, JHEP 0809:040,2008, D. Bak, S.-J. Rey, JHEP 0810:053,2008 et JHEP0810:038,2008.

En conclusion, la méthode proposée en réf.[93] est un **puissant** moyen de générer de nouveaux modèles intégrables qui possèdent des propriétés fort intéressantes.

## H. Symétries de jauge locale dans les modèles intégrables.

L'existence des invariances de jauge locales dans les modèles intégrables est montrée en réf. [49]. Si  $G$  est le groupe d'invariance de la matrice  $R$ , nous définissons des transformations locales  $g_k \in G$  qui dépendent du site  $k$ . L'effet de ces transformations sur la matrice de transfert est équivalent à un twist  $\prod_k g_k$  des conditions de bord [49]-(47). Le modèle à six vertex et la chaîne XXZ sont étudiés en détail. Dans ces cas  $G = U(1) \otimes U(1)$ .

## I. Théories de Toda quantique affines.

En réf.[75] nous obtenons la matrice  $S$  exacte pour le modèle de Toda affin  $E_8$  par bootstrap et nous la vérifions en théorie des perturbations. Les connections entre cette matrice  $S$  et le modèle de Ising en champ externe considéré par A B Zamolodchikov est analysé.

En réf. [77] et [85] nous obtenons des résultats exacts pour les modèles de Toda affines en combinant les résultats exacts du bootstrap avec une analyse diagrammatique détaillée suivie d'une resommation infinie des graphes.

En réf.[77] nous arrivons à resommer explicitement les diagrammes tadpoles du modèle Toda affin  $A_n$ . Les constantes de couplage habillées exactes sont calculées.

En réf.[85] nous construisons les facteurs de forme exactes pour les champs fondamentaux des modèles de Toda affines. Nous obtenons des expressions fermées et exactes pour les constantes de renormalisation de fonction d'onde et pour l'énergie libre du modèle  $A_n$  et nous analysons leur propriétés. Des vérifications explicites avec la théorie des perturbations sont faites.

Le lagrangien classique des modèles Toda affines classiques définit des modèles intégrables quantiques si l'algèbre de Lie associée est simplement lacée. Ceci n'est pas le cas pour les algèbres non simplement lacées. En réf. [86] nous proposons un modèle quantique intégrable de Toda pour les algèbres  $B_n^{(1)}$  et  $C_n^{(1)}$ . Le lagrangien est obtenu en ajoutant des fermions de façon appropriée aux modèles de Toda classiques  $A_{2n-1}^{(2)}$  et  $C_n^{(1)}$ , respectivement. Les matrices  $S$  exactes sont calculées et vérifiées en théorie des perturbations [86].

Le modèle de sine-Gordon complexe (CSG) est un modèle classiquement intégrable. En réf.[23] sa quantification est étudiée pour la première fois. Nous trouvons qu'il est renormalisable à une boucle mais non-intégrable à moins d'ajouter un terme d'ordre  $\hbar$  fini et bien déterminé. De plus, la fonction bêta s'annule à cet ordre [23]. Ces résultats ont été poussés à deux boucles par Bonneau et Delduc [Nucl. Phys. B250, 561 (1985)]. Ceci nous a amené à conjecturer qu'il existe un lagrangien en série de  $\hbar$  qui définit un modèle CSG quantique intégrable, renormalisable et avec fonction bêta nulle. Les résultats de [23] ont été généralisés dans un semi-espace dans P. Bowcock et G. Tzamtzis [JHEP 0703:047,2007]. Réf. [23] a été le point de départ de N. Dorey, T. J. Hollowood [Nucl. Phys. B440: 215, 1995], C. R. Fernandez-Pousa, J. Miramontes [Nucl. Phys. B518: 745, 1998] et J. L. Miramontes, [Nucl. Phys. B702: 419, 2004] pour résoudre le modèle pour des valeurs fractionnels du couplage et le généraliser à des modèles cosets.

Il a été remarqué récemment que le modèle CSG et les résultats de [23] sont pertinents pour N=4 SUSY Yang-Mills par H.-Yu Chen, N. Dorey [JHEP 0609:024,2006, JHEP 0611:035, 2006], R. Roiban [JHEP 0704:048, 2007], G. Papathanasiou, M. Spradlin [JHEP 0706:032, 2007].

En réf.[30] la solution soliton du modèle CSG est quantifiée semi-classiquement. Le spectre des particules est obtenu en calculant le déterminant des petites fluctuations ainsi que la matrice. Le raccordement avec les résultats perturbatifs de réf.[23] suggère des formes exactes pour la matrice  $S$ .

### K. Le modèle de Thirring de masse nulle et la chaîne XXZ. Fermionisation des spins $Z_n$ .

À partir de la solution par Ansatz de Bethe de la chaîne XXZ, nous obtenons en réf. [68] des propriétés exactes du modèle Thirring de masse nulle. Nous construisons explicitement sur réseau les champs fermioniques, le courant vectoriel, l'anomalie axial et ses commutateurs à temps égaux. Une dépendance explicite du terme de Schwinger dans la constante de couplage est trouvée à la limite continue[68]. Ce résultat plus le comportement asymptotique des fonctions de corrélation et les valeurs des poids conformes montre que cette solution du modèle de Thirring de masse nulle n'est pas contenue dans la famille des solutions connues (Klaiber 1968, Swieca 1977). Cette nouvelle solution s'apparente au gaz de Coulomb.

En réf. [39] nous introduisons des opérateurs parafermioniques à symétrie  $Z_N$  sur réseau. Pour  $N = 2$  nous retrouvons la transformation de Jordan-Wigner usuelle. Pour  $N > 2$  nos parafermions obéissent de règles de  $q$ -commutation non-canoniques.[La terminologie de groupes quantiques n'était pas connue en 1984].

Ces parafermions sont appropriés pour fermioniser les hamiltoniens intégrables de réf. [25]. Nous trouvons comme résultat des interactions entre parafermions dans des proches voisins [39]. La limite continue nue (bare) est calculée.

### L. Les équations classiques de Yang-Mills self-dual à quatre dimensions

On peut affirmer que les équations self-duales de Yang-Mills sont intégrables du fait qu'elles admettent un système linéaire associé [Belavin et Zakharov, 1978]. Cependant ce système linéaire n'est pas invariant conforme contrairement aux équations de Yang-Mills self-dual (YMSD) elles-mêmes.

En réf. [43] nous trouvons un système linéaire covariant conforme associé aux équations de YMSD. Le paramètre spectral est un twistor projectif  $\Lambda \in CP_3$ .

En réf. [48] une famille covariante conforme de  $\beta$ -plans où le champ est une jauge pure est dérivée. Des familles covariantes conformes de transformations de Bäcklund sont construites pour les groupes de jauge  $GL(N, C)$ ,  $SL(N, C)$  et  $SU(N)$ . Ces familles sont caractérisées par: a) un indice de l'algèbre de Lie, b) le twistor  $\Lambda$ , c) un second index twistor  $1 \leq \alpha \leq 4$  (indépendant de  $\Lambda$ ) et d) une fonction analytique arbitraire des deux solutions indépendantes du système linéaire à champ nul [48]. L'algèbre de ces transformations de Bäcklund est calculée. Nous trouvons qu'elle se ferme à moins d'une transformation de jauge dépendante du champ. Comme cas particuliers nous trouvons une algèbre de lacets quand le twistor  $\Lambda$  se réduit à un seul paramètre projectif. Dans le cas général nous trouvons une algèbre de dimension infinie à cinq indices [48]. Les résultats de réf. [48] sont un point de départ pour généraliser les algèbres de Kac-Moody d'une façon non-triviale.

En réf. [58] les équations de Yang pour YMSD et leur lagrangien associé sont écrits sous forme covariant Lorentz. Le caractère non-invariant de Lorentz est démontré par la présence d'un vecteur constante comme couplage.

En réf. [58] nous trouvons des solutions des équations YMSD en espace-temps Minkowski pour le groupe de jauge  $SL(2, C)$ . Un ensemble général d'Ansätze pour des ondes planes non-linéaires multiples est proposée. Les champs de jauge résultent des fonctions rationnelles de  $e^{x \cdot k_i}$  où  $k_i^2 = 0$ ,  $1 \leq i \leq N$ . Leur comportement asymptotique montre un scattering **non-trivial** des ces ondes non-linéaires.

### M. Les données de diffusion comme variables d'intégration fonctionnelle.

La transformation de scattering inverse a été inventée et utilisée pour la résolution des équations non-linéaires classiques. C'est une transformation entre 'potentiels' **unidimensionnels** et ses données de diffusion définies par le problème linéaire approprié.

En réf. [19] nous utilisons cette transformation comme un changement de variable dans des intégrales fonctionnelles de la mécanique quantique. L'intégrale fonctionnelle devient une somme infinie sur le nombre d'états liés et une intégrale continue sur les variables du spectre continu. Nous trouvons les bornes d'intégration sur ces nouvelles variables d'intégration. La mesure d'intégration semiclassique est calculée [19].

L'oscillateur anharmonique  $N$ -dimensionnelle [19], l'oscillateur anharmonique bidimensionnelle et le pendule quantique sont traités explicitement [20]. Une représentation intégrale explicite est obtenue pour l'énergie du fondamental de l'oscillateur anharmonique  $N$ -dimensionnelle. Cette formule reproduit la structure analytique à trois feuillets de l'énergie comme fonction de la constante de couplage ainsi que le comportement à grands ordres du développement  $1/N$ .

### N. Théories Intégrables et QCD

L'interaction des gluons reggeisés en QCD à la limite d'une grande nombre des couleurs est un problème intégrable. Nous avons résolu l'équation de Baxter pour l'interaction des gluons reggeisés dans la représentation de Baxter-Sklyanin. Nous avons trouvé l'intercept pour les états à trois et quatre reggeons. L'état fondamental pour l'odderon possède spin conforme unité et pour le quarteton le spin conforme vaut deux. Les dimensions anomales des opérateurs associés ont été calculés [176,185].

Le pomeron BFKL et les reggeons a temperature non nulle.

Nous introduisons les états thermiques de Reggeons dans le contexte BFKL. Nous trouvons explicitement la fonction d'onde du pomeron à temperature  $T$ . Nous prouvons que l'hamiltonien de  $n$ -reggeons à temperature  $T$  est relié au cas  $T = 0$  par une transformation unitaire. Nous prouvons que les propriétés de separation holomorphe et d'intégrabilité restent valables à temperature  $T$  [194].

Mes recherches en théorie des cordes ont pour but essentiel de comprendre la physique des cordes en espace-temps courbes. Nous étudions surtout des espace-temps d'intérêt physique comme les univers cosmologiques, les trous noirs, les ondes de choc et les ondes planes gravitationnelles. Ces recherches sont motivées par l'espoir que la théorie des cordes décrive la gravitation quantique unifiée aux autres forces fondamentales d'une façon consistante et expérimentalement correcte.

Les directions principales de mes recherches sur les cordes sont:

- **1.** Résolution des équations de classiques des cordes en espace-temps courbe.
  - A Méthodes perturbatives.
  - B Solutions asymptotiques exactes et solutions numériques.
  - C Solutions globales et exactes par inverse scattering.
  - D Solutions globales et exactes pour des géométries ondes de choc, ondes planes, espace-temps conique et d'autres.
- **2.** Quantification des Cordes en espace-temps courbe.
  - A Ondes de choc, ondes planes et espace-temps conique.
  - B Trous noirs bidimensionnels.
  - C Espace-temps de de Sitter: quantification semi-classique.
- **3.** Cordes en cosmologie. Cosmologie self-consistante avec les cordes.

#### A. Motivations physiques pour la théorie des cordes en espace-temps courbe

Les phénomènes liés à la gravitation quantique ne sont importants que près de l'échelle de Planck ( $10^{19}$  GeV ou  $10^{-33}$  cm. ou  $10^{-44}$  sec.). Ces énergies peuvent être seulement atteintes dans l'univers primordial ou dans l'étape finale d'évolution d'un trou noir. Ceci nous a fait porter une attention spéciale aux cordes dans des espace-temps inflationnaires (comme celui de de Sitter) et dans des trous noirs (comme celui de Schwarzschild).

De plus, des particules se propageant à l'énergie de Planck en espace temps plat, courbent autour la géométrie d'une façon non-négligeable. Comme il a été souligné par G. 't Hooft, la métrique autour d'une telle particule ultrarrelativistes est l'onde de choc de Aichelburg-Sexl. En outre les calculs de collisions des cordes à très haute énergie par D. Amati, M. Ciafaloni et G. Veneziano et par D. Gross et P. Mende indiquent que pour des grands paramètres d'impact la géométrie de Aichelburg-Sexl peut décrire ces collisions d'une façon effective.

#### B. Résolution des équations de classiques des cordes en espace-temps courbe.

Il n'y a pas de méthode générale pour résoudre les équations de mouvement des cordes en espace-temps courbe. Il s'agit de systèmes d'équations non-linéaires à dérivées partielles. Elles déterminent les coordonnées de la corde,  $X^A(\sigma, \tau)$ ,  $A = 1, \dots, D$ , comme des fonctions de  $\sigma$  et  $\tau$  sur la feuille d'univers.

##### A. Méthodes perturbatives.

En réf. [54] nous proposons une méthode perturbative pour résoudre les équations de mouvement des cordes en espace-temps courbe. Nous utilisons le mouvement du centre de masse sur la géodésique de l'espace-temps comme approximation d'ordre zéro. Les corrections sont calculables systématiquement. En réf. [54] nous obtenons explicitement les corrections de premier et second ordre pour l'espace-temps de de Sitter. Ce schéma perturbatif est valable même pour des champs gravitationnels très forts.

En réfs. [60]-[61] nous traitons les cordes dans l'espace-temps de Schwarzschild avec la méthode proposée en réf. [54]. Les fluctuations de premier et second ordre autour d'une géodésique sont analysées. Le scattering élastique et inélastique d'une corde par un trou noir est calculé.

En réf. [76] nous analysons le scattering des cordes par un espace-temps qui admet des régions asymptotiques type Minkowski. Dans ces géométries nous trouvons des nouveaux phénomènes physiques: une particule avec masse  $m$  et spin  $s$  se transforme en une autre avec masse  $m'$  et spin  $s'$ . Nous avons appelé ce phénomène propre à la théorie des cordes, '**transmutation des particules**'. Les amplitudes de probabilité pour des différents processus sont calculés ainsi que pour les processus élastiques où l'impulsion et la polarisation du spin changent. L'existence de ces phénomènes est évidemment indépendante de la méthode perturbative utilisée et apparaît aussi dans les géométries où des solutions exactes de cordes sont connues (réf. [65, 78, 88, 101]).

## B. Solutions asymptotiques exactes et solutions numériques.

L'expansion  $\tau$  fournit des solutions exactes locales pour n'importe quel espace-temps. On doit choisir une jauge conforme telle que  $\tau = 0$  correspond au point au voisinage duquel on veut obtenir la solution exacte. Ensuite, les équations de mouvement et les contraintes de la corde sont résolues en puissances (le plus souvent non entières) de  $\tau$ . Les équations elles mêmes fixent ces puissances.

L'expansion  $\tau$  a été introduite par N. Sánchez et G. Veneziano [Nucl. Phys. **B 333**, 253 (1990)] pour étudier le comportement des cordes dans des univers inflationnaires. [Voir aussi, M. Gasperini, N. Sánchez and G. Veneziano, Int. J. Mod. Phys. **A 6**, 3853 (1991) et Nucl. Phys. **B364**, 365 (1991)].

Nous trouvons en réf. [130] la solution des équations classiques de cordes près de l'horizon et près de la singularité d'un trou noir de Schwarzschild. Parmi d'autres résultats, nous trouvons que les cordes ont un comportement du type dual à l'instable (radiation, voir 4.3) près de la singularité de l'espace-temps ( $r = 0$ ). De plus, la taille de la corde, l'énergie et la pression de la corde dans les directions angulaires tendent vers l'infini comme  $1/r$ .

Dans le cours d'Erice (68), l'expansion  $\tau$  est présentée et discutée pour des espace-temps cosmologiques ainsi que pour le trou noir de Schwarzschild.

## C. Solutions globales par inverse scattering.

Les méthodes de scattering inverses s'appliquent à la propagation de cordes en espace-temps de de Sitter. Nous prouvons en ref.[100] que la dynamique de cordes est intégrable dans l'espace-temps de de Sitter. Nos travaux [100] et suivants ont eu récemment un renouveau d'intérêt en connection avec les cordes dans l'espace-temps de Anti-de Sitter [L. F. Alday, J. Maldacena JHEP 0911:082,2009 and arXiv:0911.4708, L. F. Alday, J. Maldacena, A. Sever, P. Vieira arXiv:1002.2459. L. F. Alday, Adv. in HEP, 2010, 703064. A. Jevicki, K. Jin, JHEP 1003:028,2010 and JHEP 0906:064,2009. B. Hoare, A.A. Tseytlin, arXiv:1008.4914.]

En réf. [102] nous construisons des solutions explicites de cordes pour l'espace-temps de de Sitter. Ces solutions ont la forme d'anneaux et s'expriment en termes de fonctions hyperboliques. Les comportements stable, instable et dual au instable sont exhibés par ces solutions. Ces comportements sont génériques pour les cordes en espace-temps cosmologiques [voir (68) et 4.3].

En réf. [112] nous construisons systématiquement des solutions de cordes dans l'espace-temps de de Sitter par la méthode d'habillage ('dressing'). Nous 'habillons' la solution la plus simple trouvée en réf. [102]. La famille de solutions obtenues dépend de deux entiers Pythagoriques. Les comportements stable, instable et dual au instable apparaissent dans cette famille des solutions. Des figures détaillées permettent de suivre l'évolution des formes de cordes pendant la phase inflationnaire de l'univers de de Sitter.

En réf. [116] nous trouvons la solution générale d'une corde circulaire dans l'espace-temps de de Sitter en termes de fonctions elliptiques. Selon l'énergie de la corde nous trouvons a) des cordes oscillantes, b) des cordes en expansion indéfinie, c) des cas dégénérés intermédiaires. Des formules explicites pour les coordonnées de cordes comme fonction de  $\sigma$  et  $\tau$ , pour l'énergie et les quantités conservées sont obtenues.

Les solutions de cordes des réf. [102], [112] et [116] exhibent la présence d'un nouveau phénomène: **les multicordes**. Ce phénomène n'apparaît que dans des espace-temps courbes. Si le temps physique  $T$  est une fonction de  $\tau$  tel que  $\tau$  est une fonction multivaluée de  $T$  à  $\sigma$  fixe, alors nous avons des multicordes. Chaque branche de  $\tau = \tau(T)$  décrit une corde indépendante. Autrement dit, une seule feuille d'univers supporte plusieurs cordes et même un nombre infini de cordes dans les solutions elliptiques du type b) en réf. [116].

## D. Solutions globales pour des géométries onde de choc, onde plane, espace-temps conique et d'autres.

Les ondes de choc décrivent la géométrie autour d'une particule de masse nulle. On peut les considérer comme des limites ultrarrelativistes des trous noirs.

En réf. [65] les équations de mouvement des cordes et les contraintes sont résolues exactement pour la géométrie de Aichelburg-Sexl (source de spin zéro).

L'espace-temps conique décrit la géométrie autour d'une ligne droite avec une densité de masse uniforme (comme une corde cosmique). Nous trouvons la solution exacte pour des cordes bosoniques en espace-temps coniques en réf. [74] et pour des supercordes en réf. [94].

Les ondes planes non-linéaires sont des solutions des équations d'Einstein et plus généralement des vides de cordes (zéros des fonctions  $\beta$  des cordes). La propagation de cordes dans ces espace-temps est résolue en réfs. [88] et [101]. (Voir sec. 4.2.A, ci-dessous).

En réf. [109], nous trouvons explicitement des solutions des cordes dans des espace-temps bidimensionnels arbitraires. Le caractère des solutions dépend de la présence (ou absence) des directions périodiques dans la variété d'espace-temps. Le cas des trous noirs bidimensionnels 'stringy' (le coset  $SL(2, R)/U(1)$ ) est discuté en détail [109]. Ces solutions des cordes dans des trous noirs bidimensionnels 'stringy' ont été généralisées par I. Bars et J. Schülze [Comptes Rendus du 2ème Colloque Cosmologie, Paris, H J de Vega et N. Sánchez éditeurs, World Scientific et Phys. Rev. **D 51**, 1854 (1995)].

### C. Quantification des Cordes en espace temps courbe.

L'annulation de la fonction  $\beta$  des cordes dans un background donné assure l'absence d'anomalies conformes. Malheureusement, cette condition implique au même temps que le background est un **vide** de la théorie. Ceci exclu les géométries en présence de matière comme les espace-temps cosmologiques et d'autres géométries physiquement importantes. Cependant, il y a de nombreuses quantités physiques très importantes hormis le problème des anomalies et qui sont souvent oubliées dans la littérature comme le tenseur d'énergie-impulsion, l'équation d'état etc. Ces effets sont calculables au niveau semi-classique (parfois l'approximation classique est suffisante) et ne sont pas affectés à ce niveau par des éventuelles anomalies. C'est à ces quantités physiques que nous avons porté notre attention.

#### A. Ondes de choc, ondes planes et espace-temps conique.

Nous trouvons en réfs. [65] et [83] la solution exacte à la quantification et au scattering de cordes par l'onde de choc de Aichelburg-Sexl. Nous trouvons la transformation non-linéaire qui relie les oscillateurs et coordonnées du centre de masse de la corde avant et après avoir traversé le front d'onde. Des résultats analogues ont été trouvés indépendamment par D. Amati et C. Klimcik [Phys. Lett. **B210**, 92 (1988)].

Le spectre de masses de cordes et la dimension critique dans l'onde de choc de Aichelburg-Sexl résultent identiques à celles de l'espace-temps Minkowski. Nous obtenons l'angle de déflexion et la section efficace de la corde par l'onde [65].

Nous calculons en réfs. [78] et [87] la valeur d'expectative de la masse au carré et du nombre d'excitations de la corde après que celle-ci ait traversé l'onde de choc. Nous donnons des représentations intégrales explicites pour  $\langle M^2 \rangle$  et  $\langle N \rangle$  valables pour toute onde de choc. La valeur d'expectative du tenseur d'énergie-impulsion est aussi calculée.

Ces résultats montrent que la propagation de cordes dans la géométrie d'une onde de choc est physiquement consistante et de plus calculable avec des résultats finis [80,87]. Nos résultats corrigent certaines affirmations erronées faites pour ce même problème par G. Horowitz et A. R. Steif [Phys. Rev. Lett. **64**, 260 (1990) et Phys. Rev. **D42**, 1950 (1990)].

En réf. [62] nous étudions l'équation de Klein-Gordon dans la géométrie d'Aichelburg-Sexl. Ceci est un problème mathématiquement mal défini. (Ce n'est pas le cas pour les équations de cordes qui sont parfaitement bien définies [78,83]). Nous introduisons des différents schémas de régularisation. Les résultats physiques dépendent du schéma choisi. La régularisation continue reproduit la matrice S trouvée par G. 't Hooft (1987). La régularisation sur réseau donne des résultats parfaitement raisonnables physiquement mais **inéquivalents** au schéma continu. Les amplitudes de scattering sont calculées explicitement pour les différents schémas de régularisation et leur propriétés analysées en détail [62].

En réf. [95] nous obtenons la solution onde de choc en super-gravité  $N = 1$  à dix dimensions d'espace-temps. La partie bosonique est une métrique de Aichelburg-Sexl et la partie fermionique un background de Rarita-Schwinger

de spin-3/2 (gravitino). La propagation de supercordes dans ce background est résolue. Nous trouvons comme fait nouveau ici la transmutation de fermions en bosons et vice-versa.

En réf. [97] nous analysons les implications physiques du scattering de super-strings par le background onde de choc super-gravitationnel. Les amplitudes de transmutation de particules sont calculées y compris entre fermions et bosons de masse nulle (ceux-ci correspondent à des particules physiques après la brisure de super-symétrie).

La dynamique des cordes dans une onde plane avec une singularité  $|U|^{-\beta}$  est analysée en réf. [88]. ( $U$  est la coordonnée nulle du front d'onde).

Nous prouvons que pour  $\beta \geq 2$ , la corde ne traverse pas la singularité. Elle échappe vers l'infini spatial effleurant le plan  $U = 0$ . Sa taille invariante tend vers infini au même temps.

Pour  $\beta < 2$ , la corde traverse la singularité  $U = 0$ . Nous trouvons la relation explicite entre les oscillateurs et les coordonnées du centre de masse d'un coté et de l'autre de  $U = 0$ . La corde s'excite et il y a transmutation de particules. Nous calculons explicitement  $\langle M^2 \rangle$  et  $\langle N \rangle$  ainsi que la valeur d'expectative du tenseur d'énergie-impulsion. Le comportement divergent de ce dernier est calculé pour de différentes valeurs de  $\beta$ .

En conclusion, la propagation de cordes dans ces espace-temps singuliers est physiquement consistante.

En réf. [101] nous généralisons les résultats précédents à une corde dans une onde plane singulière avec polarisation arbitraire.

La propagation de cordes dans un espace temps avec une singularité conique est résolue au niveau classique et au niveau quantique en réf. [74]. Des formules explicites reliant les oscillateurs et les coordonnées du centre de masse après et avant l'interaction avec la singularité sont obtenues. Le phénomène de transmutation de particules apparaît dans cette géométrie quand la corde touche la singularité conique. La corde s'excite puisque les parties d'un côté et de l'autre de la singularité sont défectées avec des angles opposés.

Le scattering de supercordes NSR et GS par une corde cosmique est résolu en réf. [94]. L'effet de transmutation de particules apparaît de nouveau.

## B. Trous noirs bidimensionnels.

La dynamique classique et quantique des cordes dans un trou noir 'stringy' bidimensionnel est résolue en réf. [109] par une approche nouvelle.

Notre point de départ est l'action de la corde dans le background classique du graviton et du dilaton. Une fois la jauge conforme fixée, nous réduisons le problème à une particule dans un background singulier. L'hamiltonien unidimensionnel associé reproduit complètement la physique obtenue par les techniques conformes appliquées au modèle de coset  $SL(2, R)/U(1)$ . C'est à dire la matrice  $S$  avec ses parties absorbatives et coulombiennes. Un phénomène nouveau est remarqué: la vitesse de la lumière est rénormalisée par un facteur fini  $\sqrt{k/(k-2)}$  par rapport à la vitesse dans théorie classique. [ $k$  étant le coefficient de l'action WZW].

## C. Espace-temps de de Sitter: quantification semi-classique.

Il est très important de comprendre les cordes au niveau quantique dans l'univers de de Sitter (celui qui décrit l'inflation dans l'univers primordial). En réf. [116] nous avons découvert des solutions de cordes périodiques en espace-temps de de Sitter. Nous avons réussi à les quantifier semi-classiquement en utilisant la méthode DHN (voir aussi réf. [30]). Nous trouvons un spectre de masses  $m = \sqrt{C}/(\pi H \alpha')$ ,  $C$  étant l'opérateur de Casimir,  $C = -L_{\mu\nu}L^{\mu\nu}$ , du groupe de de Sitter [124]. Cet spectre est très différent de celui de l'espace-temps Minkowski. Le nombre de particules est finie dans le cas de de Sitter et l'espacement de masses décroît avec  $m$ . Nous quantifions aussi les solutions de corde circulaire dans l'espace-temps de anti-de Sitter.

## D. Cordes en cosmologie. Cosmologie self-consistante avec les cordes.

Notre étude approfondie des solutions de cordes en différents espace-temps cosmologiques (ou non), nous permet de donner une image assez complète de la physique de ces problèmes.

Il y a trois types fondamentales de comportement des cordes en espace-temps courbes: **instable**, **dual à l' instable** et **stable** [121]. L'équation d'état pour ces comportements s'écrit:

- (i) instable,  $p = -\frac{1}{D-1} \rho < 0$ .
- (ii) dual à l'instable,  $p = +\frac{1}{D-1} \rho > 0$ .
- (iii) stable,  $p = 0$ .

Où  $p$  et  $\rho$  indiquent la pression et la densité d'énergie des cordes, respectivement.  $D$  indique le nombre dimensions de l'espace-temps. Nous entendons ici le mot 'dual' au même sens que la dualité de Kadanoff-Brown dans le gaz de Coulomb. Dans les espace-temps cosmologiques, la dualité transforme le facteur d'échelle  $R(T)$  en  $R(T)^{-1}$  et change la pression de signe.

On voit que le comportement dual à l' instable possède la même équation d'état que la radiation. Le comportement stable a l'équation d'état de particules massives (matière froide). Le comportement instable est intrinsèquement 'stringy'. Le fait que la pression soit négative est physiquement acceptable. De plus, la condition forte de l'énergie en relativité générale est saturée dans ce cas.

Il faut noter que nous trouvons le comportement instable comme dominant pour  $R \rightarrow \infty$  seulement dans des univers inflationnaires. Le comportement stable domine dans les univers FRW pour  $R \rightarrow \infty$ .

Pour  $R \rightarrow 0$  (big bang) le comportement dual à l'instable domine toujours.

Une solution de corde donnée peut présenter deux et même les trois comportements successivement dans son évolution temporelle [102, 112, 116]. Nous observons aussi des comportements intermédiaires [113, 116]:

$$P = (\gamma - 1) \rho \quad \text{avec} \quad -\frac{1}{D-1} < \gamma - 1 < +\frac{1}{D-1} .$$

Ceci respecte la causalité puisque la vitesse du son résulte toujours plus petite que celle de la lumière. De plus, pour  $\gamma < 1$ , il n'y a pas de propagation du son.

Jusqu'ici on a considéré les cordes comme cordes de preuve ('test strings') dans un background fixe. L'étape suivante débute avec réf. [121] où la géométrie de l'espace-temps est obtenue d'une façon auto-consistante en utilisant les cordes comme sources. Ceci est fait dans le contexte cosmologique où nous supposons un gaz parfait et homogène des cordes avec comme équation d'état:

$$\rho = \left( u_R R + \frac{d}{R} + s \right) \frac{1}{R^{D-1}}$$

où

$$\lim_{R \rightarrow \infty} u_R = \begin{cases} 0 & \text{FRW} \\ u_\infty \neq 0 & \text{Inflationary} \end{cases}$$

Les paramètres  $u_R$ ,  $d$  et  $s$  sont des constantes positives.

Nous avons résolu les équations d'Einstein-Friedman avec cette description de la matière. Nous trouvons des comportements réalistes du type dominé par la matière pour  $T \rightarrow \infty$  et du type dominé par la radiation pour  $T \rightarrow 0$  [121].

## XVIII. DYNAMIQUE DES CHAMPS QUANTIQUES ET COSMOLOGIE

Les échelles d'énergie et de temps en cosmologie primordiale nécessitent un traitement hors équilibre en théorie quantique des champs. De plus, les très hautes densités d'énergie présentes ( $\sim 1/g \sim 10^{13}$ ) font nécessaire l'utilisation des approches non-perturbatifs comme la limite  $N$  grand et la méthode de Hartree. Ces méthodes s'appliquent aussi aux collisions de particules lourdes à haute énergie (en espace temps Minkowski). Nous avons commencé en 1993 (réf. [103]) un programme de recherches sur la dynamique des champs en cosmologie et physique des particules. Ce programme se poursuit avec très grand succès (réfs. [114,117,123,131,132,136, 137,139-145,147,148,150,152-156,160,162,164-167]).

Nous étudions l'évolution temporelle des états qui ne sont pas d'états propres de l'hamiltonien ainsi que des matrices densité qui ne sont pas thermiques par rapport à l'hamiltonien d'évolution. Dans les cas d'intérêt, la densité d'énergie est d'ordre  $m^4/g$ . Ceci correspond à des amplitudes de champ de l'ordre  $g^{-1/2}$  où  $g$  est la constante de couplage. Nous avons donc deux paramètres essentiels: le couplage  $g$  et l'amplitude initiale du champ  $\phi_0$ . Pour l'inflation, le

couplage est très petit:  $g = O(10^{-13})$  tandis que  $g \phi_0 = O(1)$ . Dans la physique des pions  $g$  est d'ordre unité ainsi que  $\phi_0$ .

Notre approche permet d'étudier des problèmes en physique de particules comme la condensation de pions et le plasma des quarks-gluons en plus de la cosmologie primordial. En ce qui concerne la cosmologie primordiale, nous l'avons traitée aux trois niveaux succesifs suivants:

1. Traiter la dynamique non-linéaire de champs quantiques en espace-temps Minkowski. Par dynamique non-linéaire, nous entendons la résolution des équations quantiques de mouvement en incluant la back-reaction quantitativement [103,117,123,131,132,136,139,140,142,144, 145,147,154,160,164,165,167]. Ce niveau est approprié pour les collisions de particules lourdes.
2. Traiter la dynamique non-linéaire de champs quantiques dans des fonds cosmologiques fixes [114,137,141,166]. Des nouveaux phénomènes apparaissent par rapport au niveau 1. montrant qu'une analyse Minkowski n'est pas quantitativement précise pour un univers en expansion.
3. Un traitement self-consistent et des champs quantiques et du fond cosmologique [143]. C'est à dire, la métrique est obtenue de façon dynamique des champs quantiques (la matière) se propageant dans cette métrique.

Notre premier but est de résoudre les équations d'évolution du paramètre d'ordre  $\eta(t) \equiv \sqrt{g} \langle \Phi(\vec{x}, t) \rangle / m$  pour la théorie  $g \Phi^4$ . Nous avons résolu cette dynamique dans les cas suivants,

- a) La limite  $N \rightarrow \infty$  pour la théorie  $(g/N) (\vec{\Phi}^2)^2$ . Cette limite est non-perturbative et en  $g$  et en  $\phi_0$ .
- b) L'approximation d'une boucle pour la théorie  $g \Phi^4$ . C'est à dire le premier ordre en  $g$  pour des valeurs arbitraires de  $\phi_0$ .
- c) L'expansion en amplitude. C'est à dire une double série perturbative en  $\phi_0$  et en  $g$ .

Nous obtenons les équations d'évolution correspondantes utilisant la méthode de chemins complexes de Schwinger-Keldysh et aussi l'équation quantique de Liouville dans le schéma de Schrödinger [114]. Nous considérons un modèle  $(g/N) (\vec{\Phi}^2)^2$  dans un espace-temps cosmologique avec facteur d'échelle  $a(t)$  arbitraire. Nous faisons la régularisation et renormalisation pour les approximations a), b) et c). Nous utilisons la méthode WKB pour calculer les modes- $k$  de particules pour  $k \rightarrow \infty$  avec  $a(t)$  et  $\eta(t)$  arbitraires. Ceci nous permet d'évaluer les divergences UV des équations d'évolution [114].

Nous montrons comment éliminer toutes les divergences UV par les renormalisations usuelles de masse, constante de couplage et couplage non-minimal  $\xi$ . Nous trouvons un choix de conditions initiales qui permet d'utiliser de contreterms indépendents du temps [141].

Classiquement, l'évolution d'un champ uniforme se réduit à une équation différentielle ordinaire. Pour le modèle  $g \Phi^4$  celle-ci se résout en termes de fonctions elliptiques. C'est à dire, la solution exacte est un champ qui oscille avec une période constante.

Au niveau quantique, un changement radical arrive puisque des particules sont créées. Nos résultats numériques et analytiques montrent clairement comment l'oscillation du paramètre d'ordre s'amortit au même temps que des particules se créent [123]. [Nous calculons le nombre de particules produites comme fonction du temps en plus du paramètre d'ordre].

Il y a différentes échelles de temps dans ce problème physique. La première échelle (temps 'non-linéaire') correspond au temps où les phénomènes non-linéaires deviennent importants. A ce moment-là, la production de particules cesse de monter exponentiellement et l'amplitude d'oscillation du paramètre d'ordre commence à se comporter comme  $\sim t^{-0.27}$  [145]. C'est à dire, le mode zéro exhibe relaxation anormale (l'exposant de  $t$  est dynamique). Nous avons obtenus des formules analytiques pour le temps non-linéaire comme fonction du couplage et de l'amplitude initiale. Au-delà du temps non-linéaire, le comportement de grandeurs physique (comme le paramètre d'ordre) est caractérisé par des lois de relaxation et dissipation avec des exposants anormaux non-universelles et non-perturbatifs [145]. Nous avons obtenus ces résultats en combinant les calculs numériques avec le groupe de renormalisation[139] et l'analyse multi-temps[145].

Nos calculs indiquent une distribution en énergie non-thermique pour les particules créées [123, 131]. Ce n'est qu'après un temps très long par rapport à  $m^{-1}$  que ces particules pourront se thermaliser.

Les estimations linéaires faites dans la littérature avec des diagrammes en arbre sous-évaluent la production de particules par un ordre de grandeur. Les phénomènes non-linéaires sont bien plus efficaces [123,131].

Le phénomène de résonance paramétrique sont bien connus en mécanique et dans d'autres domaines. En réfs. [103], [123] et [131] la production des particules suite aux instabilités paramétriques et spinodales sont obtenus d'une façon consistante et les mécanismes correspondants expliqués.

La production de particules démarre suite à la résonance paramétrique des modes (non-zéro) des particules dans le fond périodique dû au paramètre d'ordre oscillant. Nous expliquons en réfs. [103], [123] et [131] comment les fluctuations quantiques arrêtent vite cette production de particules par un mécanisme complètement non-linéaire.

En réf. [123] un modèle  $g/N$   $(\bar{\Phi}^2)^2$  à  $N$ -composantes est étudié à la limite de  $N$  grand. Dans le cas de symmétrie brisée  $O(N)$ , la présence des bosons de Goldstone permet une dissipation très rapide de l'énergie du paramètre d'ordre en particules de masse nulle. Le paramètre d'ordre tend rapidement vers une valeur constante. C'est à dire que toute l'énergie qu'il contient initialement se transforme en particules. Cette valeur finale constante du paramètre d'ordre dépend des conditions initiales en plus de couplages et masses. Il s'agit d'un minimum de l'action effective quantique. La distribution spectrale des énergies de particules possède un pic très fort à  $k = 0$  indiquant une condensation de Bose-Einstein [123].

Nous trouvons une seule bande interdite à énergie positive dans l'équation des modes- $k$  des particules. Cette bande est responsable de l'essentiel des particules créées. La back-reaction non-linéaire des fluctuations quantiques éteint cette production non pas fermant les bandes interdites mais en changeant le comportement des modes instables. Ceux-ci cessent de croître exponentiellement avec le temps après quelques  $m^{-1}$ .

En réf. [131] nous étudions un modèle conventionnel du reheating. C'est à dire un champ de masse  $m$  et self-couplage  $\lambda \Phi^4$  comme inflaton plus un autre scalaire  $\sigma$  de masse  $\mu < m$  couplé comme  $g\Phi\sigma^2$ . L'énergie du mode zéro de l'inflaton se dissipe ici en particules légères du champ  $\sigma$ . L'évolution du paramètre d'ordre et des modes- $k$  est résolue numériquement en [131] à l'approximation d'une boucle (b). À nouveau, la dissipation non-linéaire est beaucoup plus efficace que les estimations linéaires courantes dans la littérature.

De plus, nous considérons en réf. [131] un champ fermionique  $\Psi$  couplé à l'inflaton comme  $y \bar{\Psi}\Psi\Phi$ . Dans ce cas, nous trouvons que la dissipation est très faible due au principe d'exclusion (Pauli blocking). On peut rappeler que les estimations linéaires donnent des valeurs similaires pour fermions et bosons.

En réfs. [123] et [131] nous étudions en détail le développement en amplitude résolvant les équations d'évolution linéarisés pour le paramètre d'ordre par transformé de Laplace. Le résultat s'exprime comme la somme de la contributions de pôles à une particule plus des intégrales sur les coupures à deux, trois, etc. particules. Comparant ces résultats linéarisés avec les résultats numériques à une boucle ou à la limite de  $N = \infty$  permet de voir l'imprécision des approximations linéaires (typiquement un facteur entre 5 et 10).

En particulier, nous montrons comment la formule usuelle pour le taux de désintégration (decay rate)  $\Gamma \approx \text{Im} \Sigma(\omega, \vec{k})/\omega$  où  $\Sigma(\omega, \vec{k})$  est la self-énergie, n'est valable qu'en approximation linéaire près de l'équilibre si, de plus, l'inflaton est une résonance. (C'est à dire une particule instable).

Ce programme de recherches a pour but d'établir la théorie de l'inflation sur de bases solides. C'est notamment la phase finale de l'inflation (preheating et reheating) ainsi que le raccordement avec la cosmologie standard (hot big bang) qui nécessite une révision approfondie. En réf. [143] nous avons réussi à calculer pour la première fois l'évolution **self-consistente** d'un modèle inflationnaire où la matière est décrite quantiquement (hors-équilibre) et la géométrie de l'espace temps est traité au niveau semiclassique. De plus, nous avons calculé dans ce modèle les fluctuations de densité mesurables par des observations du fond des microondes.

Le champ qu'on utilise pour decrire la matiere de maniere effective (l'inflaton) pendant l'inflation est toujours traité classiquement dans la literature. Nous traitons la dynamique de l'inflaton comme champ quantique (ce qui est approprié à la scale d'énergies de GUT). Nous considerons comme etat initial de l'inflaton une large distribution de particules (tsunami) soit comme etat quantique pur, soit comme une matrice densité en ref.[167,175]. Nous trouvons qu'il y a une etape initiale ou Hubble decroit avec le temps suivi de l'expansion de de Sitter usuel. La description classique de l'inflation est retrouve plus des corrections d'origine quantique. Ses effets sur les anisotropies du CMB son investiguées dan ref.[197].

## A. Dynamique près du point critique à hautes températures

Au point critique non seulement la longueur de corrélation diverge mais aussi le temps de relaxation (critical slowing down). Il est important de formuler une théorie qui permet de calculer ces grandeurs. Nous avons développé un schéma

perturbatif en utilisant le groupe de renormalisation dans la théorie  $\phi^4$  à  $N$  composants à hautes températures. Un nouveau exposant critique dynamique  $z$  qui gouverne la dispersion des quasiparticules à basse énergie ainsi que le comportement de leur largeur est obtenu. Le développement en  $5 - \epsilon$  dimensions d'espace-temps est proposé et utilisé systématiquement [181].

Des théories comme l'électrodynamique,  $\phi^4$  et le modèle de Yukawa possèdent le pôle (non-physique) de Landau à très hautes énergies. Nous avons montré que à hautes températures ce pôle se trouve au dessus de la dite température et n'a plus d'effets [171]. En théorie de champs hors l'équilibre nous avons montré que à hautes densités ce pôle disparaît [172].

## B. Le groupe de renormalisation dynamique: resummation des termes séculaires

Formulation de la méthode du groupe de renormalisation dynamique (DRG) qui permet de resommer les termes séculaires en théorie des champs. Applications à la relaxation de champs.

Nous avons développé la méthode du groupe de renormalisation dynamique (DRG) qui permet de resommer systématiquement les termes séculaires dans l'évolution en temps réel de magnitudes physiques. Ces termes apparaissent toutefois qu'on perturbe un mouvement périodique et sont particulièrement sévères en présence des divergences infrarouges. Nous avons réussi ainsi à calculer ainsi la relaxation des paramètres d'ordre pour les différents types de divergences infrarouges à température zéro, hautes températures (dans le cadre HTL) et hautes densités [165,169,189].

L'évolution en temps réel de valeurs d'expectation des champs quantiques et des états quantiques sont calculés comme problème des valeurs initiales implémentant le groupe de renormalisation dynamique (DRG). La solution perturbative des équations d'évolution produit des termes séculaires, c'est à dire des termes qui s'accroissent indéfiniment avec le temps et invalident le développement perturbatif. Le DRG apporte un schéma consistant pour resommer ces termes séculaires et donne le développement asymptotique uniforme pour des temps longs. Plusieurs théories des champs pertinentes sont étudiées, y compris celles avec des divergences infrarouges comme les théories de jauge à température nulle et non-nulle.

L'évolution dans le temps des valeurs espérées des champs quantiques est formulée comme un problème des valeurs initiales en [189]. La résolution perturbative de ces problèmes produit des termes séculaires qui invalident la théorie de perturbations pour des temps non petits. Nous présentons la méthode du groupe de renormalisation dynamique (DRG) qui resomme les termes séculaires et fournit une approximation asymptotique uniforme des champs pour des temps longs. Nous présentons plusieurs applications importantes de cette méthode comme les divergences infrarouges au seuil en théories de jauge à température non-nulle (qui produisent des relaxations anormales). Cette méthode de resommation va au delà des resommations de Bloch-Nordsieck et Dyson [189].

Nous utilisons le DRG en [188] pour dériver l'équation de Fokker-Planck pour un plasma quantique ultrarelativiste. L'équation du groupe de renormalisation dynamique **est en fait** l'équation de Boltzmann pour les fonctions de distributions des fermions (invariantes de jauge). La résolution de l'équation de Fokker-Planck linéarisée nous permet de trouver l'échelle de temps de relaxation vers la solution statique. Celle-ci détermine la conductivité du plasma que nous calculons explicitement.

Nous avons obtenu une nouvelle dérivation de l'équation de Altarelli-Parisi-Lipatov par le DRG qui mieux éclaircit sa signification physique [179].

Nous avons utilisé le DRG pour calculer la conductivité électrique d'un plasma quantique en QED. La conductivité est obtenue à partir du noyau dissipatif lié à la polarisation du photon. Des singularités du type 'pinch' se manifestent comme des termes séculaires qui divergent avec le temps dans le développement perturbatif du noyau. La resommation de ces termes séculaires en temps réel amène à une équation du groupe de renormalisation **qui est** l'équation de Boltzmann pour la fonction distribution de fermions (invariant de jauge). Nous obtenons par linéarisation une équation de Fokker-Planck en espace de moments qui décrit la dynamique hors l'équilibre. Cette équation détermine que l'échelle de temps du transport est  $t_{tr} = 24 \pi / [e^4 T \ln(1/e)]$  à l'ordre logarithmique dominant dans le couplage. La solution de l'équation de Fokker-Planck approche asymptotiquement l'état stationnaire comme  $\sim e^{-t/(4.038... t_{tr})}$ . La solution stationnaire implique une conductivité  $\sigma = 15.698 T / [e^2 \ln(1/e)]$  à l'ordre logarithmique dominant. Le DRG fournit ainsi un lien entre la théorie des champs quantiques et la théorie cinétique [188].

Effets du temps de vie fini du plasma de quarks et gluons: production de photons [191,195].

Nous étudions la production de photons dans un plasma de quark et gluons en équilibre thermique en introduisant une formulation non-perturbative de l'évolution en temps réel de la matrice densité. L'ingrédient principal étant l'action effective pour le champ à l'ordre  $\mathcal{O}(\alpha_{em})$  et à tous les ordres en  $\alpha_s$ . L'évolution en temps réel est complètement déterminé par la solution d'une equation stochastique non-local de Langevin que fournisse une resommations type Dyson de la théorie des perturbations. L'équation de Langevin est résolue exactement par transformée de Laplace en termes de la polarisation thermique des photons. Une description cinétique quantique apparait directement dans cette formulation. Nous trouvons que des photons avec  $k < 200\text{Mev}$  se thermalisent dans le plasma comme quasiparticules du type plasmon à des échelles des temps  $t \sim 10 - 20\text{fm}/c$  ce qui est de l'ordre de la vie moyenne du plasma de quark et gluons attendu à RHIC et LHC. De plus, nous calculons la production de photons directs à l'ordre le plus bas en  $\alpha_{em}$  et à l'ordre logarithmique dominant en  $\alpha_s$  dans un development uniforme valable à tous les temps. Cette production directe des photons est systematiquement plus grande que celle obtenue par la formulation matrice S et le spectre présente une forme plate spécifique pour  $k > 2.5 \text{ GeV}$ . Nous discutons la fenêtre de validité de nos résultats, les éventuelles imprécisions théoriques dans tous les traitements de l'émission des photons par un plasma de quark et gluons en équilibre thermique et les sérieux problèmes de l'approche matrice S. Nos résultats sont en accord avec les données expérimentales disponibles.

Dynamique de pions hors l'équilibre.

Nous étudions en [196] les phénomènes critiques statiques et dynamiques reliés à la brisure de la symmetrie chirale. Nous utilisons pour cela un modèle Nambu-Jona-Lasinio à deux saveurs. Nous obtenons explicitement l'action effective à basses energies autour du champ moyen. Nous montrons que la limite statique des phenomènes critiques est decrite par la classe d'universalité des modèles de Heisenberg  $O(4)$ . Les phenomènes critiques dynamiques sont étudiés en dérivant les équations de mouvement des fluctuations des pions. Nous trouvons des excitations stables des pions de grande longueur d'onde au-dessous du point critique  $T = T_c$  décrivant des pôles isolés des pions. Le résidu de ces pôles s'annulant comme  $1/\ln|T - T_c|$  près du point critique. L'amortissement de Landau de ces fluctuations produit un ralentissement critique (critical slowing down) près du point critique. Les divergences infrarouges au point critique produisent probablement des grandes dimensions anormales dynamiques.

#### D. Thermalisation en Théorie des Champs

Thermalisation en theorie des champs. Mise en evidence du mecanisme de base: la cascade ultraviolette avec des proprietes universelles.

La dynamique de la thermalisation est investigué à  $1 + 1$  et  $3 + 1$  dimensions pour la théorie classique  $\Phi^4$ . Il est établi que le mecanisme de thermalisation est une cascade d'energie vers l'ultraviolet. Cette cascade a de proprietés universelles, indépendantes des conditions initiales. Des exposantes universelles caracterisant cette cascade sont obtenus numériquement. À  $1 + 1$  dimensions une thermalisation effective s'établi. C'est à dire, les grandeur physiques sont bien décrits par les expressions en équilibre thermodynamique calculées à une température effective qui depend du temps comme une puissance universelle. À  $3 + 1$  dimensions cette thermalisation effective ne concerne pas les modes infrarouges qui continuent à évoluer hors l'équilibre pour des temps  $\sim 1000$  fois plus longs que les modes avec  $k^2 > \langle \Phi^2 \rangle$ . Ces derniers sont bien approximés par les formules de Hartree [192,201].

Nous avons établi le mecanisme de thermalisation dans la théorie de champs classique  $\Phi^4$ : c'est une cascade d'energie vers l'ultraviolet poss'edant des proprietés universelles, indépendantes des conditions initiales. Des exposantes universelles caracterisant cette cascade sont obtenus numériquement ainsi que les échelles de temps de thermalisation:  $\sim 1000$  fois plus longues pour les modes infrarouges [201].

#### E. Rayons Cosmiques d'Energie Extreme

Nous avons trouvée une formule unifiée pour le taux quantique de desintegration d'objets lourds de toute nature: solitons topologiques et nontopologiques, défauts cosmiques, paricules lourdes, trous noirs microscopiques, cordes fondamentales ainsi que la désintégration des particules dans le modèle standard. Les scénarios top-down pour

expliquer les rayons cosmiques d'énergie extrême sont basés dans les reliques de l'Univers primordial. Les arguments existants pour ajuster la vie moyenne des reliques à l'âge de l'Univers sont analysés de façon critique ainsi que les scénarios d'annihilation (wimpzillas). Leur inconsistance est présentée en [184]. Les observations de HiReS et Auger depuis 2007 confirment nos prédictions de 2003.

## XIX. LES FLUIDES AUTOGRAVITANTS

La compréhension de la physique des systèmes autogravitants est indispensable pour expliquer la structure de l'univers à grande échelle ainsi que celle des systèmes aux échelles plus petites comme les galaxies et le milieu interstellaires.

La mécanique statistique du gaz autogravitant a des propriétés spéciales du à la longue portée de l'interaction gravitationnel. Nous avons donnée une description complète du gaz autogravitant à l'équilibre thermodynamique [159,173,174] en utilisant la méthode Monte Carlo, les expansions à haute température et l'approche du champ moyen. Nous montrons que la limite thermodynamique est bien définie si le nombre de particules  $N$  tend vers l'infini comme la taille du système  $L$  et non comme le volume. C'est à dire que la limite de volume ( $V$ ) infini existe si  $V, N \rightarrow \infty$  avec  $V^{1/3}/N$  fixe où  $N$  est le nombre de particules.

Nous trouvons par des simulations Monte Carlo et par le champ moyen les points critiques (effondrement du gaz) ainsi que les fonctions thermodynamiques et l'équation d'état locale. L'état fondamental est inhomogène et nous montrons que la distribution des particules suit approximativement une loi d'échelle avec dimension de Hausdorff entre 1 et 3 selon la densité.

Nous avons généralisé cette théorie pour un gaz où les particules ont de masses différentes,  $m_1$  et  $m_2$  [183].

Nous construisons l'expansion de Mayer et l'expansion en cluster pour le gaz autogravitant. Nous prouvons ainsi l'existence de la limite thermodynamique diluée  $N, V \rightarrow \infty$  avec  $N/V^{1/3}$  fixe. L'expansion de la fonction de partition dans le grand canonique est obtenue ainsi que le comportement asymptotique de coefficients des clusters. Ceci détermine explicitement les points critiques (effondrement) du gaz [193].

Le gaz autogravitant en présence de la constante cosmologique (énergie noire) est étudié en détail en [190,200] par simulations Monte Carlo et par l'approche du champ moyen. Nous trouvons un accord excellent entre les deux approches déjà pour  $N = 1000$  particules. Le domaine de stabilité de la phase diluée augmente avec la constante cosmologique. Nous montrons que la densité de particules est une fonction croissante ou décroissante de la distance au centre selon que l'énergie noire domine sur l'auto-gravité ou le contraire. Le gaz est stable jusqu'à que la compressibilité isotherme diverge. Au delà de ce point le gaz s'effondre et donne un objet extrêmement dense dont ses propriétés sont étudiés par des simulations Monte Carlo.

En [209] nous considérons le gaz autogravitant avec une interaction de Newton régularisé à courtes distances ce qui nous permet de donner une description complète du gaz y compris dans la région effondrée. Nous trouvons des points de col régularisé qui décrivent le minimum absolu de l'énergie libre ainsi que d'autres points de col qu'interpolent entre les configurations gazeuses et les configurations effondrées. Ceci nous amène à calculer la durée de vie du gaz autogravitant. Cette durée de vie résulte tellement longue pour  $N \gg 1$  que nous pouvons considérer le gaz autogravitant comme étant stable.

## XX. THÉORIE DE L'UNIVERS PRIMORDIAL CONFRONTÉE AUX OBSERVATIONS.

Les derniers résultats de WMAP (mars 2008) confortent la validité du modèle cosmologique standard, 'concordance model', basée sur l'inflation, la relativité générale d'Einstein, la matière sombre et ordinaire, et l'énergie sombre.

Depuis les premiers résultats de WMAP, ce domaine est devenu d'une actualité brûlante, et encore plus avec les résultats successifs de WMAP (de sept ans en 2010). Parallèlement, nos travaux récents sur la théorie effective de l'inflation donnent un support théorique solide à la théorie de l'inflation et permettent de faire prédictions observables fiables et précises.

Nos principaux résultats dans ce domaine sont: a) Clarification conceptuelle des modèles d'inflation et de l'échelle d'énergie de l'inflation. b) Forme universel du potentiel d'inflation dans l'esprit des théories effectives de Ginsburg-Landau possédant la propriété de slow-roll. c) Combinant l'input théorique avec les données WMAP et LSS via les chaînes de Markov Monte Carlo nous trouvons que le potentiel du champ inflaton est à symétrie brisée, nous trouvons une borne inférieure pour le ratio  $r$  de fluctuations tenseurs/scalaires (gravitons primordiaux) et nous faisons

des prédictions quantitatives pour les observables  $r$  et  $dn_s/d \ln k$  (running) du CMB. Le running  $dn_s/d \ln k \sim 10^{-4}$  est négligeable et  $r \simeq 0.05$  est peut-être à la portée du satellite Planck. d) Calcul quantitatif des corrections) des boucles quantiques au spectre de fluctuations observables du CMB. e) Amplification infrarouge des corrections quantiques des spectres (quasi invariants d'échelle). f) Découverte d'une phase d'inflation rapide 'fast roll inflation', précédant la phase de 'slow roll inflation' et qui explique la suppression du quadrupole du CMB. g) La masse des particules qui forment la matière sombre est dans l'échelle du keV. Les WIMPS ( $\sim 100$  GeV) sont très fortement défavorisés.

### A. L'Inflation comme une Théorie Effective dans l'esprit de Ginsburg-Landau

Nous montrons que le cadre naturel pour décrire les résultats WMAP et autres du CMB sur l'inflation est une théorie effective avec un potentiel de degré quatre générique. Nous trouvons au même temps que l'amplitude des anisotropies observées du CMB ( $\simeq 5 \times 10^{-5}$ ) fixe l'échelle d'énergie de l'inflation dans le cadre des potentiel d'inflation universels [eq.(20.1)]. Cette échelle d'énergie de l'inflation résulte identique avec l'échelle d'énergie de la grande unification ( $M \sim 10^{16}$  GeV). Cette clarification essentielle permet de simplifier, comprendre et placer l'inflation dans l'esprit de la théorie effective de Ginsburg-Landau [204,208] en analogie avec la supraconductivité, le modèle sigma des pions et photons et la théorie de Fermi des interactions faibles. Il constitue une base pour les études en cours et futurs dans le cadre des théories grands unifiées des particules.

La révision des modèles classiques existants d'inflation compatibles avec les résultats WMAP a été accompli avec succès avec une sélection et classification plus fine et une discrimination majeure. Il apparaît que le cadre naturel pour décrire les résultats recents de l'anisotropie du CMB combiné à ceux de LSS, Lyman alpha et supernovae est une théorie effective avec un potentiel d'inflaton de la forme universelle

$$V(\phi) = N M^4 v \left( \frac{\phi}{\sqrt{N} M_{Pl}} \right) \quad (20.1)$$

où  $N \sim 60$  est le nombre de e-folds depuis que les modes cosmologiquement pertinents sortent de l'horizon jusqu'à la fin de l'inflation,  $M_{Pl}$  est la masse de Planck,  $M$  l'échelle d'énergie de l'inflation, et  $\phi$  le champ de l'inflaton. La fonction  $v(\chi)$  est d'ordre unité ainsi que le champ  $\chi = \phi/[\sqrt{N} M_{Pl}]$ . L'amplitude de fluctuations adiabatiques mesurée par WMAP détermine que  $M \sim 0.77 \times 10^{16}$  GeV précisément à l'échelle de la grande unification.

Cette approche nous a permis de montrer que le cadre naturel pour décrire les résultats récents de l'anisotropie du CMB combinée à ceux de LSS, Lyman alpha et supernovae est une théorie effective avec un potentiel d'une forme simple et universelle [eq.(20.1)] bien déterminée sans aucun fine-tuning [204]. Les très petits couplages habituels dans les modèles d'inflation apparaissent ici naturellement comme des puissances du rapport de masses  $(M/M_{Pl})^2 \sim 10^{-5}$  et ne sont plus le résultat de 'fine tuning'. De plus, par la même approche nous démontrons que la série des perturbations en slow roll est en fait une expansion systématique en  $1/N$  où  $N$  est le nombre d'e-folds de l'inflation depuis que les modes cosmologiquement pertinents sortent de l'horizon [204]. Ceci est à l'origine d'un éclairage nouveau sur l'inflation et ses prédictions.

Les corrections quantiques à une boucle aux observables du CMB ainsi qu'au potentiel effectif de l'inflaton sont calculés explicitement et elles résultent de l'ordre de  $(H/M_{Pl})^2 \ll 1$  ( $H$  est Hubble pendant l'inflation) [203,205].

L'analyse des données CMB et LSS avec des chaînes de Markov Monte Carlo dans la théorie de effective l'inflation nous a donnée [214]

- Les données indiquent une brisure spontanée de la simétrie du champ  $\phi \rightarrow -\phi$ .
- Nous trouvons une borne inferieure pour le rapport de fluctuations tensorielles (gravitons) à scalaires  $r > 0.018$  (95% CL) et  $r > 0.049$  (68% CL).
- Le potentiel d'inflation préféré est un double puits symmetrique avec un couplage quartique moderé  $y \simeq 1.3$  et les valeurs les plus probables pour l'indice spectral scalaire et pour le rapport  $r$  sont:  $n_s \simeq 0.958$ ,  $r \simeq 0.05$ .

Ceci est une première indication très forte de la présence des gravitons primordiaux via le CMB et LSS.

Les observations disponibles du CMB et LSS exigent une théorie de précision avec des prédictions fiables (avec control et compréhension des variations spectrales), des déviations de l'invariance d'échelle ( $n_s < 1$ , confirmée par WMAP), des corrections quantiques et de slow roll aux spectres des fluctuations observables).

Ces aspects observationnelles novateurs et les méthodes appropriées nous ont permis des percées théoriques récentes avec les résultats de WMAP. Nous trouvons que le potentiel de l'inflaton correspond à la symétrie brisée (double puits) qui décrit l'inflation nouvelle (new inflation) [214].

Notre approche de la théorie effective de l'inflation nous a permis de tester concrètement l'inflation avec les résultats de WMAP de cinq ans et obtenir la forme explicite du potentiel du champ inflaton (qui résulte un double puits) ainsi que des bornes inférieures du rapport  $r$  de fluctuations tensorielles/scalaires en combinant l'input théorique avec la méthode Monte Carlo de chaînes de Markov [214]. Notre prédiction est  $r \simeq 0.05$  [214,216]. Cette valeur pourra être confirmée ou infirmée par les futures données du satellite Planck (annoncées pour 2012) ainsi que les futures missions post-Planck, 'Inflation Probe', CMBPol. Une valeur nonzéro de  $r$  implique l'existence du graviton confirmant et la relativité générale d'Einstein et la quantification de sa version linéarisé.

Nous avons calculé l'effet des termes de degré supérieur à quatre dans le potentiels de l'inflaton et vérifié qu'ils sont négligeables [213]. Dans ref. [221] nous montrons que les valeurs de  $n_s$  et  $r$  pour une large classe de potentiels inflationnaires du type de l'eq.(20.1) sont à l'intérieur d'une région à la forme d'une banane universelle. Nous trouvons notamment le potentiel inflaton dérivé d'un condensat de fermions dans l'espace-temps inflationnaire.  $n_s$  et  $r$  pour ce potentiel dynamique produit se trouvent eux aussi à l'intérieur de la région banane. Cette région banane universelle nous permet de trouver comme borne inférieure  $r > 0.021$  pour la valeur la plus probable  $n_s \simeq 0.96$  d'après WMAP5+LSS.

### B. La dépression du quadrupole du CMB et son explication naturelle.

Nous trouvons une explication simple à la depression des anisotropies quadrupolaires observées par COBE et WMAP dans le cadre de la théorie effective de l'inflation. Nous montrons que la phase de slow-roll est précédé génériquement par un stage de fast-roll. Si les modes aujourd'hui de la taille de l'horizon sont sortis de l'horizon vers la fin du fast-roll, une suppression de 40 – 70% de l'amplitude du quadrupole CMB s'ensuit. Ceci est en bon accord avec les observations [210,211] comme l'analyse MCMC le montre [216].

Utilisant l'information du quadrupole CMB mesuré, nous faisons une prédiction précise (sans paramètres libres) de l'amplitude des multipoles bas ( $1 \leq \ell \leq 5$ ). Ils résultent tous avec une suppression qui décroît avec  $\ell$  [223]. Ces prédictions seront à contraster avec les futures données CMB du satellite Planck et autres expériences.

Notre étude systématique de la dynamique de l'inflation en ref.[223] montre la présence des trois étapes génériques de l'évolution: fast-roll deceleré suivi de fast-roll accleré et puis le slow-roll inflationnaire (attracteur toujours présent génériquement). Génériquement l'évolution vers le passé mène à une singularité mathématique où le facteur de échelle s'annule et le paramètre de Hubble est infini. Nous trouvons que cette singularité n'est jamais atteinte dans la région de validité de l'évolution classique de l'inflaton et par conséquent elle n'est pas physiquement pertinente [223].

Le spectre de puissance des fluctuations est modifié dynamiquement para les étapes de fast-roll [210,211,223]. Nous analysons en [210,211] les effets des conditions initiales des fluctuations sur les anisotropies du CMB. Le choix des conditions initiales autres que Bunch-Davis peut expliquer la depression du quadrupole. Par contre, les conditions initiales Bunch-Davis au début du fast-roll amènent naturellement à la suppression observée du quadrupole.

Nous introduisons et calculons explicitement la fonction de transfert  $D(k)$  qui décrit l'effet des étapes de fast-roll et du choix de conditions initiales Bunch-Davis à des temps finis dans le passé sur le spectre de puissance des fluctuations [223].

De plus, si les modes qui correspondent au quadrupole CMB sont sortis de l'horizon vers la fin du fast-roll, le nombre total d'efolds d'inflation r'esulte fixé à  $N_t = 63$ . [Ceci est très proche au nombre minimum d'efolds d'inflation pour expliquer l'entropie présent dans l'univers du au photons et neutrinos:  $N_t \geq 62.4$ .] Nous obtendrions donc et pour la première fois une détermination du nombre total d'efolds d'inflation [223].

### C. L'inflaton comme un champ quantique. Désintégration de l'inflaton. Effets observables des boucles quantiques.

Nous avons calculé les corrections quantiques à une boucle aux observables du CMB ainsi qu'au potentiel effectif de l'inflaton dans le contexte de la théorie de effective l'inflation dus aux champs scalaires, fermioniques et gravitationnels. Nous trouvons que ces corrections sont de l'ordre de  $(H/M_{Pl})^2 \ll 1$  ( $H$  est Hubble pendant l'inflation) multipliées par des coefficients que nous avons exprimés en termes d'observables plus les anomalies de trace de différents champs (déterminées complètement para la géométrie de l'espace-temps et le spin des particules s'y propageant). Les corrections

quantiques augmentent les fluctuations de la courbure scalaire et suppriment les fluctuations tensorielles (gravitons) [205].

Nous étudions les effets de théorie quantique de champ dans l'inflation. L'inflaton se désintègre quantiquement dans des particules plus légères ainsi que dans lui-même. Ces processus sont calculés explicitement en [198,199]. Il faut noter que la désintégration de l'inflaton en lui-même n'est possible que dans des espace temps en expansion rapide comme pendant l'inflation. Nous considerons de modes sub et super-horizon. Les modes super-horizon s'amortissent comme une puissance  $\Gamma$  du temps conforme que nous calculons explicitement. Les effets physiques de ces désintégrations sont étudiés. Cette puissance  $\Gamma$  a une connection remarquable avec la température de Hawking dans un espace de de Sitter. Nous trouvons que la désintégrations de particules est amplifiée par des facteurs importants par rapport à l'espace-temps de Minkowski.

Nous exprimons la dimension anormale  $\Gamma$  en terms des observables des anisotropies du CMB. D'après les donnés WMAP  $\Gamma \sim 10^{-8}$ .

Dans le regime de slow-roll il y une situation de quasi-invariance de échelle (spectre proche de Harrison-Zeldovich) qui produit des forts effets infrarouges. En [203,205] nous calculons explicitement les corrections quantiques aux amplitudes de fluctuations scalaires et tensorielles tenant compte de ces effets infrarouges.

La théorie de l'inflation nécessite la théorie quantique des champs étant donné l'échelle des énergies et des densités d'énergie concernées. Nous utilisons des méthodes non perturbatives en [197] pour traiter l'inflaton comme champ quantique et calculer les fluctuations primordiales scalaires, vectorielles et tensorielles. Nous trouvons la généralisation quantique des conditions de slow roll et nous étudions aussi des généralisations quantiques des scénarios d'inflation chaotique et nouvelle (new inflation). Nous démontrons que les fluctuations adiabatiques à l'ordre dominant coïncident avec les résultats connus dans le traitement classique de l'inflaton. Des estimations pour les effets quantiques sur les quantités observables sont dérivés.

#### D. Champs magnétiques primordiaux

Calcul précis de champs magnetiques primordiaux produits par une transition de phase cosmologique en utilisant les methodes de la theorie des champs hors equilibre.

Nous étudion en [186,187] la generation de champs magnetiques primordiaux par des transitions de phase cosmologiques pendant l'ère dominé par la radiation. La dynamique après la transition comporte deux stages: un régime spinodal dominé par les instabilités linéaires de grande longuer d'onde et un stage invariant d'échelle où les non-linéarités dominant. Nous calculons explicitement le spectre de champs magnetiques par une formulation Schwinger-Dyson incluant les effets dissipatifs du plasma. Nous trouvons que les fluctuations du champ chargé avec longuers d'onde de l'ordre du rayon de Hubble induisent magnetogenesis via les effets de boucles quantiques. Ces processus peuvent expliquer les champs magnétiques observés à present selon deux possibles transitions: la transition electrofaible et la transition chiral. Cela s'applique dans une région interessante des paramètres.

#### E. Neutrinos et ses oscillations

Nous étudions les oscillations des neutrinos dans l'univers primordial avant la nucleosynthèse en implementant le formalisme de la theorie de champs hors l'équilibre en temps réel en [206]. Nous trouvons que les masses et les angles de mélange dependent de l'helicité. Nous trouvons de transitions resonantes pour de temperatures entre 10 et 100 MeV.

### XXI. LA MATIÈRE SOMBRE

83% de la matière de l'Universe est sous la forme de matière sombre dont sa nature est encore inconnue, hormis le fait qu'elle n'est pas dans le modèle Standard de la physique des particules et qu'elle est non relativiste pendant la formation de structure. Les particules qui forment la matière sombre peuvent s'avoir decouplées étant ultrarelativistes ou non relativistes. Nous définissons et calculons théoriquement leur densité dans l'espace de phases  $Q$  qui résulte proportionnelle à la masse de la particule de matière sombre puissance quatre  $\sim m^4$  [215,220].

Cette densité  $Q$  a été mesur'ee ces dernières années par des observations astronomiques des galaxies, notamment dans les galaxies naines spheroidales, satellites de la Voie Lactée. Nous dérivons théoriquement les valeurs de  $Q$  à

présent en termes des valeurs primordiales de  $Q$  par différentes méthodes: modèle sphérique, fluctuations linéaires et simulations à  $N$ -corps. Toutes ces dérivations indépendantes conduisent à une masse pour la particule de matière sombre dans l'échelle du keV:  $m \sim 1 - 2$  keV [215,220]. Les candidats lourds à la particule de matière sombre (wimps,  $\sim 100$  GeV) sont fortement défavorisés [215,220].

Nous résolvons l'équation de Boltzmann-Vlasov sous forme intégral (équation de Gilbert) pour les différents candidats à la matière sombre [217]. Nous obtenons la longueur de free-streaming  $l_{FS}$  qui détermine l'échelle des structures plus petites formées. Notre solution tient compte de la mémoire du clustering gravitationnel. Les formules explicites obtenues indiquent des longueurs de free-streaming sont  $l_{FS} \sim 10 - 100$  kpc pour des particules dont leur masses sont dans l'échelle du keV. Ces valeurs de  $l_{FS}$  correspondent aux structures des halos de galaxie observées. Pour les wimps avec masse  $\sim 100$  GeV la longueur de free-streaming est minuscule  $\sim 0.003$  pc qui reflète le problème bien connu du excès des structures à petite échelle dans les simulations à  $N$ -corps utilisant des particule de matière sombre de masse supérieure au GeV.

Nous calculons explicitement à partir de l'équation de Gilbert la fonction de transfert pour les fermions, les bosons et les particules de Maxwell-Boltzmann. Le comportement aux grandes échelles de distance résulte universel.

Les galaxies sont caractérisées par plusieurs paramètres: masse, taille de l'halo ( $r_0$ ), luminosité, fraction baryonique, densité centrale ( $\rho_0$ ). Les valeurs de ces paramètres peuvent varier par des ordres de grandeur d'une galaxie à une autre. Cependant, les observations astronomiques depuis une dizaine d'années montrent que certains paramètres sont universels dans une très bonne approximation: la densité de surface ( $\mu_0 = r_0 \rho_0$ ) et la forme des profils de densité.

Suivant l'évolution des fluctuations de densité depuis l'univers inflationnaire en résolvant l'équation de Boltzmann-Vlasov nous dérivons la densité de surface des galaxies  $\mu_0$  ainsi que le profil de densité. La valeur universelle observé aujourd'hui pour  $\mu_0$  est reproduite si et seulement si la masse de la particule de matière sombre se trouve dans l'échelle du keV:  $m \sim 1 - 2$  keV. Les profils de densité observés sont reproduits avec excellente précision [222,225]. Ces résultats pour la valeur de la masse de la particule de matière sombre sont indépendantes de ceux obtenus en ref.[220] basés sur la densité dans l'espace de phases  $Q$ .

Nous obtenons analytiquement à partir des solutions de l'équation de Boltzmann-Vlasov des profils de densité 'cored' pour  $m \sim$  keV et des profils 'cusped' pour  $m >$  GeV [225]. Ceci prouve le lien direct entre la nature de profils de densité et la masse  $m$  de la particule de matière sombre. Les observations astronomiques trouvent toujours de profils de densité 'cored' [voir par exemple: H. J. de Vega, N. G. Sanchez, Highlights and Conclusions of the Chalonge Meudon Workshop 'Dark Matter in the Universe', arXiv:1007.2411].

De plus, nous trouvons que le profil de densité des galaxies se comporte à des échelles intermédiaires comme  $r^{-1-n_s/2}$  (où  $n_s$  est l'indice spectral primordial) en accord avec les données astronomiques et avec les simulations à  $N$ -corps récentes.

## Rapport d'Activités 2010-2011:

Dans le contexte du modèle cosmologique standard où l'Univers commence par une phase d'expansion accélérée appelé **inflation** nous faisons de prédictions observables solides et précises (refs. 1, 3, 5-7, 9 et 10) dans le contexte de notre formulation de l'inflation comme une théorie effective à la Ginsburg-Landau. Notre prédiction pour le ratio  $r$  de fluctuations tensorielles/scalaire est  $r \simeq 0.05$  en utilisant les données du CMB (WMAP7) et des grandes structures avec notre input théorique. Nous avons déterminé en ref. 10 que le satellite Planck pourrait mesurer un ratio  $r \simeq 0.05$ , mais cette possibilité est à la limite des capacités de mesure de Planck.

**Formation des Galaxies et Matière Noire.** L'évolution des fluctuations primordiales depuis la fin de la phase inflationnaire produit les structures observées dans l'univers aujourd'hui (les galaxies, clusters de galaxies). Cette évolution est déterminée par les équations de Boltzmann-Vlasov. Notre approche originelle consiste à calculer, à partir des principes de base et de façon analytique, l'évolution des fluctuations primordiales jusqu'à aujourd'hui et de les contraster avec les observations astronomiques (notamment des galaxies) pour obtenir les propriétés caractéristiques de la matière noire (refs. 7, 8 et 11). Nos résultats principaux (refs. 7, 8 et 11) sont: (i) la masse  $m$  de la particule de la matière noire est dans l'échelle du **kilo eV**. Ces particules sont probablement des fermions qui se sont découplées en étant ultrarelativistes à des températures de l'ordre de  $\sim 100$  GeV ou plus. Les candidats lourds comme les WIMPS de masse  $m \sim 100$  GeV en sortent très fortement défavorisés. (ii) les propriétés universelles (ou quasi-universelles) des galaxies dont des observables comme la densité de surface (ou colonne de densité) et la forme des profils de densité. L'approche développée reproduit les observations de façon remarquable.

**Co-organisation des Colloques et Workshops** à l'Observatoire avec Norma Sánchez:

- Workshop CIAS Meudon 2010, 'DARK MATTER IN THE UNIVERSE AND UNIVERSAL PROPERTIES OF GALAXIES: THEORY AND OBSERVATIONS', CIAS Observatoire de Paris, Château de Meudon, 8-11 Juin 2010.
- 14th Paris Cosmology Colloquium 2010, 'THE STANDARD MODEL OF THE UNIVERSE: THEORY AND OBSERVATIONS', Observatoire de Paris, 22-24 Juillet 2010.

**Séminaire donné au LERMA:** 'Warm dark matter from theory and galaxy observations' Vendredi 25 mars 2011, Salle de l'Atelier.

# Argumentation Scientifique et Programme d'Activités de Recherche en collaboration avec Norma Sánchez:

**La Matière Noire dans les Galaxies et la Structuration de l'Univers. L'Inflation comme une Théorie Effective confrontée aux observations du CMB et LSS.**

## I. RÉSUMÉ

Notre programme de recherche se base sur la confrontation de nos résultats théoriques avec les observations astronomiques comme les surveys de galaxies et les données des satellites Herschel, Planck et Gaia. Notre programme peut être résumé ainsi:

- Clarification fondamentale des propriétés de la matière noire.
- Identification des propriétés physiques et mécanismes universels dans les galaxies et sa formation: identification de la propriété physique d'universalité (comme en mécanique statistique et en théorie des champs), dans les galaxies: propriétés universelles ou quasi-universelles, (communs à toutes les galaxies) et propriétés non-universelles (variant par morphologie, type ou individuellement). Des relations fonctionnelles entre les deux classes de propriétés (sorte d'équations d'état pour les galaxies) y apparaissent. Ceci représente une avancée et originalité marquante par rapport aux études faites (phénoménologiques, astronomiques ou des simulations numériques). Il s'agit d'une nouvelle approche théorique combinée aux observations astronomiques et aux calculs numériques avec des résultats analytiques et méthodes mathématiques analytiques puissantes.
- Contraints sur les modèles de particules de la matière noire basées sur les observations astronomiques: galaxies, amas de galaxies, forêt Lyman- $\alpha$  et qui permettront de cerner le modèle de particules de matière noire correct.

## II. LA MATIÈRE NOIRE TIÈDE (WDM).

La matière noire dite tiède émerge en combinant la théorie, les observations des galaxies et des grandes structures. Les particules associées ont de masses de l'ordre du keV (1000

électron Volts). Ainsi, les nouveaux candidats pour la matière noire pourraient être des neutrinos de ces masses (dits ‘neutrinos stériles’). La matière noire dite froide (composée de particules très lourdes, de masses  $> 1$  GeV) ne reproduise pas les observations des galaxies, et les simulations numériques avec cette matière noire froide ont de plus en plus des problèmes à reproduire les observations astronomiques à l’échelle des galaxies. La matière noire à l’échelle du keV (matière noire tiède) permet de résoudre les problèmes multiples de la matière noire froide dans les galaxies: problème des substructures non-observées (problème des satellites) , problème des cusps non observés et autres. La matière noire tiède est en accord avec les observations aussi bien à l’échelle des galaxies que à des grandes échelles et structures cosmologiques.

Plusieurs propriétés importantes observées des galaxies (densité de l’espace de phases, profils de densité, densité de surface ou colonne de densité) dépendent de la masse des particules de la matière noire: Nous calculons de façon théorique ces observables et nous confrontons ces résultats à ses valeurs observées: nous obtenons ainsi la masse de la particule de matière noire et des propriétés relevantes des galaxies: La matière noire en résulte ainsi être tiède: la masse de sa particule résulte être entre 1 et 2 keV (1/500 de la masse de l’électron) et sa température de découplage en résulte être 100 GeV ou plus. Ces résultats sont indépendants du modèle de particule de matière noire.

Dans notre approche, les profils de densité sont obtenus théoriquement à partir des fluctuations cosmologiques primordiales: ils en résultent cored (densité central bornée) pour la matière noire tiède (masses de particules du keV) et cusped (pics singuliers au centre) pour la matière noire froide (masses de particules lourdes  $> 1$  GeV, wimps). Nous obtenons des formules analytiques pour des observables des galaxies en résolvant l’évolution des fluctuations cosmologiques primordiales depuis la phase d’inflation jusqu’à aujourd’hui à l’aide de l’équation de Boltzmann-Vlasov.

Nous développons une méthode de résolution integro-différentielle pour les fluctuations linéaires à l’aide d’une transformation intégrale: Ainsi la hiérarchie des équations différentielles locales devienne une équation integro-différentielle avec des noyaux non-locaux.

L’évolution des fluctuations primordiales de l’inflation produit depuis la fin de la phase inflationnaire les structures observées dans l’univers aujourd’hui (les galaxies, clusters de galaxies, super-clusters.). Cette évolution est déterminée par les équations de Boltzmann-Vlasov. L’approche originelle décrite dans ce projet consiste à calculer, à partir des principes de base

et de façon analytique, l'évolution des fluctuations primordiales jusqu'à aujourd'hui et de les raccorder avec les observations astronomiques (notamment des galaxies) pour obtenir les propriétés caractéristiques principales de la matière noire:

(i) la masse  $m$  de la particule de la matière noire et la température  $T_d$  à laquelle la matière noire s'est découplée.

(ii) les propriétés universelles (ou quasi-universelles) des galaxies dont des observables comme la densité de surface (ou colonne de densité) et les profils de densité. L'approche développée reproduit les observations de façon remarquable. Les résultats des observations astronomiques utilisées sont ceux de: courbes de rotation de très haute qualité, cinématiques, vitesses de dispersion, lentilles gravitationnelles, profils de densité, la densité de l'espace des phases des galaxies et la densité de surface des galaxies.

Deux observables importants sont spécialement appropriés ici:

(1) la densité d'espace de phases  $D = \rho/\sigma^3$ ,  $\rho$  étant la densité de matière noire, et  $\sigma$  la dispersion de vitesses de la matière noire.

(2) la densité de surface  $\mu$  (ou gravité de surface) des galaxies [masse/ (longueur)<sup>2</sup>], (équivalent de la colonne de densité observée pour les nuages moléculaires interstellaires).

Tout d'abord, nous obtenons théoriquement à partir de la fonction de distribution de Boltzmann des particules de la matière noire, la valeur primordiale de la densité d'espace de phases  $D$  qui en résulte proportionnelle à  $m^4$ ,  $m$  étant la masse de particules de matière noire.  $D$  est invariante par rapport à l'expansion de l'univers mais décroît par les effets non-linéaires de l'interaction gravitationnelle. Nous calculons le facteur de décroissance de la densité d'espace de phases et nous raccordons l'expression obtenue pour  $D$  aujourd'hui avec les observations, notamment dans les galaxies naines sphéroïdales satellites de la Voie lactée (dominées par la matière noire): Nous trouvons ainsi  $m$  à l'échelle du keV ( $\sim$  mille electron volts,  $1/500$  de la masse de l'électron).

En outre, nous obtenons les fluctuations de densité' aujourd'hui par l'évolution des fluctuations primordiales depuis l'inflation jusqu'au aujourd'hui avec la résolution des équations de Boltzmann-Vlasov . Nous obtenons ainsi les profils de densité et la densité de surface des galaxies. Les observations des galaxies indiquent une valeur universelle  $\mu \sim 120 M_\odot/(\text{parsec})^2$ . Raccordant nos résultats théoriques avec la valeur observée donne à nouveau  $m \sim \text{keV}$  pour la masse de la particule de matière noire et  $T_d \sim 100 \text{ GeV}$  pour la

température de son découplage. Les profils de densité aujourd’hui ainsi obtenus à partir des fluctuations de densité primordiales résultent du type cored (densité central bornée), *sim* est à l’échelle du keV, en accord avec les observations. Ces profils donnent des ‘cusps’ (pics singuliers au centre) non observés et donnés par les simulations numériques si  $m$  est  $> 1$  MeV.

Nouveaux résultats en combinant méthodes analytiques, observations et calcul numérique: Un premier resultat de cette approche concerne la nature et recherche de la matière noire: la masse des particules de matière noire en résulte à l’échelle du keV a la place de la matière noire des particules lourdes (de l’échelle du GeV): Autrement dit, la matière noire dite tiède émerge à la place de la matière noire dite froide. La matière noire froide en fait s’avère excessivement froide pour donner compte des observations dans les galaxies et des structures dans toutes les échelles de l’univers: elle reproduit les observations à grandes échelles (échelles cosmologiques, Mpc) en accord avec le CMB, mais elle ne reproduit pas les observations à des petites échelles (échelles galactiques, kpc). La matière noire tiède reproduit naturellement les observations à toutes les échelles.

Un autre résultat est la détermination analytique des profils de densité des galaxies et des petites échelles reproduisant de façon remarquable les propriétés observées, et les cores centraux des halos des observés. Il s’agit d’une nouvelle ligne de recherche pour la matière noire et les galaxies.

Nos résultats analytiques permettent ainsi de lier explicitement le caractère cored ou cusp des profils de densité à la masse et nature de la matière noire. Ces résultats analytiques permettent de lier aussi de façon explicite remarquable l’index spectral primordial  $n_s$  des fluctuations primordiales observé par WMAP (et prochainement par Planck) par les anisotropies du CMB aux profils de densités de galaxies et à la masse des particules de la matière noire.

### III. L’INFLATION COMME UNE THÉORIE EFFECTIVE CONFRONTÉE AUX OBSERVATIONS DU CMB ET LSS.

Dans le contexte du modèle cosmologique standard où l’Univers commence par une phase d’expansion accéléré appelé **inflation**, nous formulons la théorie de l’inflation comme une théorie effective dans l’esprit de Ginsburg-Landau. Cette clarification essentielle permet de

simplifier, comprendre et placer l'inflation dans l'esprit de la théorie effective de Ginsburg-Landau [6] en analogie avec la supraconductivité, le modèle sigma des pions et photons et la théorie de Fermi des interactions faibles. Notre formulation s'avère le cadre naturel pour décrire les résultats WMAP et autres du CMB en utilisant des potentiels polynomiales et notamment de degré quatre.

Il constitue une base pour les études en cours et futurs dans le cadre des théories grands unifiées des particules.

Nous trouvons dans ce cadre que l'amplitude des anisotropies observées du CMB ( $\simeq 5 \times 10^{-5}$ ) fixe l'échelle d'énergie de l'inflation dans le cadre des potentiel d'inflation universels. Cette échelle d'énergie de l'inflation résulte identique avec l'échelle d'énergie de la grande unification ( $M \sim 10^{16}$  GeV).

L'analyse des données CMB et LSS avec des chaînes de Markov Monte Carlo dans la théorie de effective l'inflation nous a donnée [1,3,6,7,9]

- Les données indiquent une brisure spontanée de la simétrie du champ  $\phi \rightarrow -\phi$ .
- Nous trouvons une borne inférieure pour le rapport de fluctuations tensorielles (gravitons) à scalaires  $r > 0.018$  (95% CL) et  $r > 0.049$  (68% CL).
- Le potentiel d'inflation préféré est un double puits symétrique avec un couplage quartique modéré  $y \simeq 1.3$  et les valeurs les plus probables pour l'indice spectral scalaire et pour le rapport  $r$  sont:  $n_s \simeq 0.958$ ,  $r \simeq 0.05$ .

Ceci est une première indication très forte de la présence des gravitons primordiaux via le CMB et LSS.

Les observations disponibles du CMB et LSS exigent une théorie de précision avec des prédictions fiables (avec control et compréhension des variations spectrales), des déviations de l'invariance d'échelle ( $n_s < 1$ , confirmée par WMAP), des corrections quantiques et de slow roll aux spectres des fluctuations observables).

Ces aspects observationnelles novateurs et les méthodes appropriées nous ont permis des percées théoriques récentes avec les résultats de WMAP. Nous trouvons que le potentiel de l'inflaton correspond à la symétrie brisée (double puits) qui décrit l'inflation nouvelle (new inflation) [1,6].

Notre approche de la théorie effective de l'inflation nous a permis de tester concrètement l'inflation avec les résultats de WMAP de sept ans et obtenir la forme explicite du potentiel du champ inflaton (qui résulte un double puits) ainsi que des bornes inférieures du rapport  $r$  de fluctuations tensorielles/scalaires en combinant l'input théorique avec la méthode Monte Carlo de chaînes de Markov. Notre prédiction est  $r \simeq 0.05$  [1,6]. Cette valeur pourra être confirmée ou infirmée par les futures données du satellite Planck (annoncées pour 2013) ainsi que les futures missions post-Planck, 'Inflation Probe', CMBPol. Une valeur nonzéro de  $r$  implique l'existence du graviton confirmant et la relativité générale d'Einstein et la quantification de sa version linéarisé.

Nous avons déterminé en ref. [10] que le satellite Planck pourra arriver à mesurer un ratio  $r \simeq 0.05$  comme prévu par nous, mais cette possibilité est à la limite des capacités de mesure.

#### IV. PROGRAMME DE TRAVAIL POUR 2011-2013

La cosmologie avec la matière noire tiède. Passage de  $\Lambda$ CDM à  $\Lambda$ WDM: L'expertise développée par cette équipe sur la phase d'inflation de l'univers, en relation avec les résultats du satellite WMAP et des prédictions d'observations pour Planck permettent de calculer à l'évolution des fluctuations primordiales avec la matière noire tiède depuis l'inflation jusqu'à l'étape actuelle, d'obtenir la fonction de transfert et de reproduire des propriétés des structures observées des galaxies et des structures à plus grande échelle.

(i) Extension aux clusters (amas) des galaxies. Détermination de l'échelle de masse des particules candidates de la matière noire: l'échelle du keV par d'autres observations: amas des galaxies et étude des structures, halos, cores et raccordements.

(ii) La fonction de transfert tiède, influence des conditions initiales, de la statistique des particules, du caractère en équilibre ou hors équilibre thermodynamique des particules de matière noire au découplage et de la nature du modèle de particules sur la formation des structures observées et clustering gravitationnel de la matière noire tiède.

(iii) Calcul analytique non linéaire des profils des densités des halos des galaxies et de la gravité de surface, reproduisant les propriétés et valeurs observées. Clarification du problème core/cusp et du problème des satellites (sub-structures) à partir de la nature de la matière

noire avec des profils non-linéaires.

(iv) Etude des nouveaux candidats sérieux pour la matière noire: ils pourraient être les neutrinos de ces masses (dits ‘neutrinos stériles’). Les contraintes cosmologiques et des galaxies sur les masses et couplages de ces neutrinos stériles et par les observations Lyman-alpha, ainsi que par les expériences des désintégration bêta à des basses énergies de très haute précision (Mare, Katrin).

(v) Formation des galaxies avec matière noire tiède en accord avec les observations par de méthodes analytiques et numériques.

Atelier de travail (local, national, international) organisé par l’équipe dédiée à cette thématique:

Atelier/École à Meudon 2011,

‘WARM DARK MATTER IN GALAXIES: THEORETICAL AND OBSERVATIONAL PROGRESSES’

Lieu: Observatoire de Paris, Château de Meudon, CIAS, Meudon campus.

Dates: 8, 9, 10 Juin 2011

URL: [http://www.chalonge.obspm.fr/Cias\\_Meudon2011.html](http://www.chalonge.obspm.fr/Cias_Meudon2011.html)

Modèle Standard de l’Univers, et ses conséquences:

Colloque/École Paris 2011

‘FROM COLD DARK MATTER TO WARM DARK MATTER IN THE STANDARD MODEL OF THE UNIVERSE : THEORY AND OBSERVATIONS’

Lieu: Observatoire de Paris, Bâtiment historique Claude Perrault, Paris campus.

Dates: 20, 21, 22 Juillet 2011

URL: <http://www.chalonge.obspm.fr/colloque2011.html>

## LISTE DE PUBLICATIONS DE H. J. DE VEGA 2008 à 2012

L'Observatoire de Paris est mentionné dans toutes les publications.

- 1 MCMC analysis of WMAP3 data points to broken symmetry inflaton potentials and provides a lower bound on the tensor to scalar ratio,  
En collaboration avec C. Destri, N. G. Sanchez,  
Phys. Rev. **D 77**, 043509 (2008).
- 2 Constraints on dark matter particles from theory, galaxy observations and N-body simulations  
En collaboration avec D. Boyanovsky, N. G. Sanchez,  
Phys. Rev. **D 77**, 043518 (2008)
- 3 The CMB Quadrupole depression produced by early fast-roll inflation: MCMC analysis of WMAP and SDSS data.  
En collaboration avec C. Destri, N. G. Sanchez, arXiv:0804.2387.  
Phys. Rev. **D 78**, 023013 (2008).
- 4 The dark matter transfer function: free streaming, particle statistics and memory of gravitational clustering.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, N. G. Sanchez, arXiv:0807.0622.  
Phys. Rev. **D 78**, 063546 (2008)
- 5 Quantum slow-roll and quantum fast-roll inflationary initial conditions: CMB quadrupole suppression and further effects on the low CMB multipoles.  
En collaboration avec F. J. Cao, N. G. Sanchez, arXiv:0809.0623,  
Phys. Rev. **D 78**, 083508 (2008)
- 6 The Effective Theory of Inflation in the Standard Model of the Universe and the CMB+LSS data analysis.  
En collaboration avec D. Boyanovsky, C. Destri, N. G. Sanchez,  
arXiv:0901.0549,  
International Journal of Modern Physics **A 24**, 3669-3864 (2009).
- 7 Model independent analysis of dark matter points to a particle mass at the keV scale.  
En collaboration avec N. G. Sanchez,  
Mon. Not. R. Astron. Soc. **404**, 885 (2010).
- 8 Higher order terms in the inflaton potential and the lower bound on the tensor to scalar ratio  $r$ .  
En collaboration avec C. Destri, N. G. Sanchez,  
Annals of Physics, **326**, 578 (2011).
- 9 Constant surface gravity and density profile of dark matter.

- En collaboration avec N. G. Sanchez,  
Int. J. Mod. Phys. **A 26**, 1057 (2011).
- 10 Pre-inflationary and inflationary fast-roll eras and their signatures in the low CMB multipoles,  
En collaboration avec C. Destri, N. G. Sanchez, arXiv:0912.2994,  
Phys. Rev. **D 81**, 063520 (2010).
  - 11 Forecast for the Planck precision on the tensor to scalar ratio and other cosmological parameters,  
En collaboration avec C. Burigana, C. Destri, A. Gruppuso,  
N. Mandolesi, P. Natoli, N. G. Sanchez,  
Astrophysical Journal, **724**, 588 (2010), arXiv:1003.6108.
  - 12 Universal galaxy properties and the mass of the dark matter particle from theory and observations: the power of the linear approximation,  
En collaboration avec P. Salucci, N. G. Sanchez,  
New Astronomy, **17**, 653 (2012).
  - 13 Search of keV Sterile Neutrino Warm Dark Matter in the Rhenium and Tritium beta decays,  
En collaboration avec O. Moreno, E. Moya de Guerra,  
M. Ramon Medrano, N. Sanchez, arXiv:1109.3452.
  - 14 Cosmological evolution of warm dark matter fluctuations I: Efficient computational framework with Volterra integral equations,  
En collaboration avec N. G. Sanchez, arXiv:1111.0290.  
Phys. Rev. **D 85**, 043516 (2012).
  - 15 Cosmological evolution of warm dark matter fluctuations II: Solution from small to large scales and keV sterile neutrinos,  
En collaboration avec N. G. Sanchez, arXiv:1111.0300.  
Phys. Rev. **D 85**, 043517 (2012).
  - 16 Fermionic warm dark matter produces galaxy cores in the observed scales,  
en collaboration avec C. Destri et N. G. Sanchez,  
arXiv:1204.3090

# Monte Carlo Markov chains analysis of WMAP3 and SDSS data points to broken symmetry inflaton potentials and provides a lower bound on the tensor to scalar ratio

C. Destri,<sup>1,\*</sup> H. J. de Vega,<sup>2,3,†</sup> and N. G. Sanchez<sup>3,‡</sup>

<sup>1</sup>*Dipartimento di Fisica G. Occhialini, Università Milano-Bicocca Piazza della Scienza 3, 20126 Milano and INFN, sezione di Milano, via Celoria 16, Milano, Italy*

<sup>2</sup>*LPTHE, Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI) et Denis Diderot (Paris VII), Tour 24, 5<sup>ème</sup> étage, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France*

<sup>3</sup>*Observatoire de Paris, LERMA, Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112, 61, Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France*  
(Received 19 March 2007; revised manuscript received 1 November 2007; published 11 February 2008)

We perform a Monte Carlo Markov chains (MCMC) analysis of the available cosmic microwave background (CMB) and large scale structure (LSS) data (including the three years WMAP data) with single field slow-roll new inflation and chaotic inflation models. We do this within our approach to inflation as an effective field theory in the Ginsburg-Landau spirit with fourth degree trinomial potentials in the inflaton field  $\phi$ . We derive explicit formulae and study in detail the spectral index  $n_s$  of the adiabatic fluctuations, the ratio  $r$  of tensor to scalar fluctuations, and the running index  $dn_s/d\ln k$ . We use these analytic formulas as hard constraints on  $n_s$  and  $r$  in the MCMC analysis. Our analysis differs in this *crucial* aspect from previous MCMC studies in the literature involving the WMAP3 data. Our results are as follows: (i) The data strongly indicate the *breaking* (whether spontaneous or explicit) of the  $\phi \rightarrow -\phi$  symmetry of the inflaton potentials both for new and for chaotic inflation. (ii) Trinomial new inflation naturally satisfies this requirement and provides an excellent fit to the data. (iii) Trinomial chaotic inflation produces the best fit in a very narrow corner of the parameter space. (iv) The chaotic symmetric trinomial potential is almost certainly *ruled out* (at 95% C.L.). In trinomial chaotic inflation the MCMC runs go towards a potential in the *boundary* of the parameter space and which resembles a spontaneously symmetry broken potential of new inflation. (v) The above results and further physical analysis here lead us to conclude that *new inflation* gives the best description of the data. (vi) We find a lower bound for  $r$  within trinomial new inflation potentials:  $r > 0.016(95\%CL)$  and  $r > 0.049(68\%CL)$ . (vii) The preferred new inflation trinomial potential is a double well, even function of the field with a moderate quartic coupling yielding as most probable values:  $n_s \approx 0.958$ ,  $r \approx 0.055$ . This value for  $r$  is within reach of forthcoming CMB observations.

DOI: [10.1103/PhysRevD.77.043509](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.77.043509)

PACS numbers: 98.80.Cq, 05.10.Cc, 11.10.-z

## I. INTRODUCTION AND RESULTS

Inflation was introduced to solve several outstanding problems of the standard big bang model [1] and has now become an important part of the standard cosmology. At the same time, it provides a natural mechanism for the generation of scalar density fluctuations that seed large scale structure (LSS), thus explaining the origin of the temperature anisotropies in the cosmic microwave background (CMB), as well as that of tensor perturbations (primordial gravitational waves) [2–4].

A distinct aspect of inflationary perturbations is that these are generated by quantum fluctuations of the scalar field(s) that drive inflation. After their wavelength becomes larger than the Hubble radius, these fluctuations are amplified and grow, becoming classical and decoupling from causal microphysical processes. Upon reentering the horizon, during the matter era, these classical perturbations seed the inhomogeneities which generate structure upon gravitational collapse [2,3]. A great diversity of inflation-

ary models predict fairly generic features: a Gaussian, nearly scale invariant spectrum of (mostly) adiabatic scalar and tensor primordial fluctuations, making the inflationary paradigm fairly robust. The Gaussian, adiabatic, and nearly scale invariant spectrum of primordial fluctuations provide an excellent fit to the highly precise wealth of data provided by the Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) [5,6]. Perhaps the most striking validation of inflation as a mechanism for generating *superhorizon* (“acausal”) fluctuations is the anticorrelation peak in the temperature-polarization (TE) angular power spectrum at  $l \sim 150$  corresponding to superhorizon scales [5]. The confirmation of many of the robust predictions of inflation by current high precision observations places inflationary cosmology on solid grounds.

Amongst the wide variety of inflationary scenarios, single field slow-roll models provide an appealing, simple, and fairly generic description of inflation. Its simplest implementation is based on a scalar field (the inflaton) whose homogeneous expectation value drives the dynamics of the scale factor, plus small quantum fluctuations. The inflaton potential is fairly flat during inflation. This flatness not only leads to a slowly varying Hubble parameter, hence ensuring a sufficient number of e-folds, but also provides

\*Claudio.Destri@mib.infn.it

†devega@lpthe.jussieu.fr

‡Norma.Sanchez@obspm.fr

# Constraints on dark matter particles from theory, galaxy observations, and $N$ -body simulations

D. Boyanovsky,<sup>1,2,3,\*</sup> H. J. de Vega,<sup>3,2,1,†</sup> and N. G. Sanchez<sup>2,‡</sup>

<sup>1</sup>*Department of Physics and Astronomy, University of Pittsburgh, Pittsburgh, Pennsylvania 15260, USA*

<sup>2</sup>*Observatoire de Paris, LERMA, Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112, 61, Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France*

<sup>3</sup>*LPTHE, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI) et Denis Diderot (Paris VII),*

*Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Tour 24, 5ème. étage, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France*

(Received 26 October 2007; published 19 February 2008)

Mass bounds on dark matter (DM) candidates are obtained for particles that decouple in or out of equilibrium while ultrarelativistic with *arbitrary* isotropic and homogeneous distribution functions. A coarse grained Liouville invariant primordial phase-space density  $\mathcal{D}$  is introduced which depends solely on the distribution function at decoupling. The density  $\mathcal{D}$  is explicitly computed and combined with recent photometric and kinematic data on dwarf spheroidal satellite galaxies in the Milky Way (dShps) and the observed DM density today yielding upper and lower bounds on the mass, primordial phase-space densities, and velocity dispersion of the DM candidates. Combining these constraints with recent results from  $N$ -body simulations yields estimates for the mass of the DM particles in the range of a few keV. We establish in this way a direct connection between the microphysics of decoupling *in or out* of equilibrium and the constraints that the particles must fulfill to be suitable DM candidates. If chemical freeze-out occurs before thermal decoupling, light bosonic particles can Bose condense. We study such Bose-Einstein condensate (BEC) as a dark matter candidate. It is shown that, depending on the relation between the critical ( $T_c$ ) and decoupling ( $T_d$ ) temperatures, a BEC light relic could act as cold DM but the decoupling scale must be *higher* than the electroweak scale. The condensate hastens the onset of the nonrelativistic regime and tightens the upper bound on the particle's mass. A nonequilibrium scenario which describes particle production and partial thermalization, sterile neutrinos produced out of equilibrium, and other DM models is analyzed in detail and the respective bounds on mass, primordial phase-space density, and velocity dispersion are obtained. Thermal relics with  $m \sim$  few keV that decouple when ultrarelativistic and sterile neutrinos produced resonantly or nonresonantly lead to a primordial phase-space density compatible with *cored* dShps and disfavor cusped satellites. Light Bose-condensed DM candidates yield phase-space densities consistent with *cores* and if  $T_c \gg T_d$  also with cusps. Phase-space density bounds on particles that decoupled nonrelativistically combined with recent results from  $N$ -body simulations suggest a potential tension for WIMPs with  $m \sim 100$  GeV,  $T_d \sim 10$  MeV.

DOI: [10.1103/PhysRevD.77.043518](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.77.043518)

PACS numbers: 98.80.-k, 95.35.+d, 98.80.Cq

## I. INTRODUCTION

Although the existence of dark matter (DM) was inferred several decades ago [1], its nature still remains elusive. Candidate dark matter particles are broadly characterized as cold, hot, or warm depending on their velocity dispersions. The clustering properties of collisionless DM candidates in the linear regime depend on the free-streaming length, which roughly corresponds to the Jeans length with the particle's velocity dispersion replacing the speed of sound in the gas. Cold DM (CDM) candidates feature a small free-streaming length favoring a bottom-up hierarchical approach to structure formation, smaller structures form first, and mergers lead to clustering on the larger scales.

Among the CDM candidates are weakly interacting massive particles (WIMPs) with  $m \sim 10\text{--}10^2$  GeV. Hot DM (HDM) candidates feature large free-streaming lengths and favor top down structure formation, where

larger structures form first and fragment. HDM particle candidates are deemed to have masses in the few eV range, and warm DM (WDM) candidates are intermediate with a typical mass range  $m \sim 1\text{--}10$  keV.

The *concordance*  $\Lambda$ CDM standard cosmological model emerging from cosmic microwave background (CMB), large scale structure observations, and simulations favors the hypothesis that DM is composed of primordial particles which are cold and collisionless [2]. However, recent observations hint at possible discrepancies with the predictions of the  $\Lambda$ CDM concordance model: the satellite and cuspy halo problems.

The satellite problem stems from the fact that CDM favors the presence of substructure: much of the CDM is not smoothly distributed but is concentrated in small lumps, in particular, in dwarf galaxies for which there is scant observational evidence so far. A low number of satellites have been observed in Milky Way sized galaxies [3–6]. This substructure is a consequence of the CDM power spectrum which favors small scales becoming non-linear first, collapsing in the bottom-up hierarchical manner, and surviving the mergers as dense clumps [4,6].

\*boyan@pitt.edu

†devega@lpthe.jussieu.fr

‡Norma.Sanchez@obspm.fr

# CMB quadrupole depression produced by early fast-roll inflation: Monte Carlo Markov chains analysis of WMAP and SDSS data

C. Destri,<sup>1,\*</sup> H. J. de Vega,<sup>2,3,+</sup> and N. G. Sanchez<sup>3,‡</sup>

<sup>1</sup>*Dipartimento di Fisica G. Occhialini, Università Milano-Bicocca Piazza della Scienza 3, 20126 Milano and INFN, sezione di Milano, via Celoria 16, Milano Italia*

<sup>2</sup>*LPTHE, Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI) et Denis Diderot (Paris VII), Tour 24, 5<sup>ème</sup> étage, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France*

<sup>3</sup>*Observatoire de Paris, LERMA, Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112, 61, Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France*  
(Received 16 April 2008; published 15 July 2008)

Generically, the classical evolution of the inflaton has a brief fast-roll stage that precedes the slow-roll regime. The fast-roll stage leads to a purely attractive potential in the wave equations of curvature and tensor perturbations (while the potential is purely repulsive in the slow-roll stage). This attractive potential leads to a depression of the CMB quadrupole moment for the curvature and  $B$ -mode angular power spectra. A single new parameter emerges in this way in the early universe model: the comoving wave number  $k_1$  characteristic scale of this attractive potential. This mode  $k_1$  happens to exit the horizon precisely at the transition from the fast-roll to the slow-roll stage. The fast-roll stage dynamically modifies the initial power spectrum by a transfer function  $D(k)$ . We compute  $D(k)$  by solving the inflaton evolution equations.  $D(k)$  effectively suppresses the primordial power for  $k < k_1$  and possesses the scaling property  $D(k) = \Psi(k/k_1)$  where  $\Psi(x)$  is a universal function. We perform a Monte Carlo Markov chain analysis of the WMAP and SDSS data including the fast-roll stage and find the value  $k_1 = 0.266 \text{ Gpc}^{-1}$ . The quadrupole mode  $k_Q = 0.242 \text{ Gpc}^{-1}$  exits the horizon earlier than  $k_1$ , about one-tenth of an  $e$ -fold before the end of fast roll. We compare the fast-roll fit with a fit without fast roll but including a sharp lower cutoff on the primordial power. Fast roll provides a slightly better fit than a sharp cutoff for the temperature-temperature, temperature- $E$  modes, and  $E$  modes- $E$  modes. Moreover, our fits provide nonzero lower bounds for  $r$ , while the values of the other cosmological parameters are essentially those of the pure  $\Lambda$ CDM model. We display the real space two point  $C^{\text{TT}}(\theta)$  correlator. The fact that  $k_Q$  exits the horizon before the slow-roll stage implies an upper bound in the total number of  $e$ -folds  $N_{\text{tot}}$  during inflation. Combining this with estimates during the radiation dominated era we obtain  $N_{\text{tot}} \sim 66$ , with the bounds  $62 < N_{\text{tot}} < 82$ . We repeated the same analysis with the WMAP-5, ACBAR-2007, and SDSS data confirming the overall picture.

DOI: [10.1103/PhysRevD.78.023013](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.78.023013)

PACS numbers: 98.70.Vc, 03.65.Nk, 11.10.-z, 98.80.Cq

## I. INTRODUCTION

The standard (concordance) model of the Universe explains today a wide set of cosmological and astronomical measurements performed over a large variety of wavelengths and observation tools: large and small angular scale CMB observations, light element abundances, large scale structure observations (LSS) and properties of galaxy clusters, Hubble Space Telescope measurements on the Hubble constant, supernova luminosity/distance relations (acceleration of the today universe expansion), and other measurements. The concordance of these data imply that our Universe is spatially flat, with gravity and cosmological perturbations described by the Einstein general relativity theory. WMAP data give a strong support to the standard model of the Universe.

Inflation was introduced to solve several outstanding problems of the standard big bang model [1] and has

now become an important part of the standard model of the Universe. At the same time, it provides a natural mechanism for the generation of scalar density fluctuations that seed large scale structure, thus explaining the origin of the temperature anisotropies in the cosmic microwave background (CMB), as well as that of tensor perturbations (primordial gravitational waves) [2,3].

The horizon and flatness problems are solved provided the Universe expands for more than 62  $e$ -folds during inflation. This is achieved within slow-roll inflation where the inflaton potential is fairly flat.

Although there are no statistically significant departures from the slow-roll inflationary scenario at small angular scales ( $l \geq 100$ ), the Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) data again confirm the surprisingly low quadrupoles  $C_2^{\text{TT}}$  and  $C_2^{\text{TE}}$  [4,5] and suggest that it cannot be completely explained by galactic foreground contamination. The low value of the quadrupole has been an intriguing feature on large angular scales since first observed by COBE/DMR [6], and confirmed by the WMAP data [4,5].

\*Claudio.Destri@mib.infn.it

+devega@lpthe.jussieu.fr

‡Norma.Sanchez@obspm.fr

# Dark matter transfer function: Free streaming, particle statistics, and memory of gravitational clustering

D. Boyanovsky,<sup>1,2,3,\*</sup> H. J. de Vega,<sup>2,3,\*</sup> and N. G. Sanchez<sup>3,‡</sup>

<sup>1</sup>*Department of Physics and Astronomy, University of Pittsburgh, Pittsburgh, Pennsylvania 15260, USA*

<sup>2</sup>*LPTHE, Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI) et Denis Diderot (Paris VII), Tour 24, 5<sup>ème</sup> étage, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France*

<sup>3</sup>*Observatoire de Paris, LERMA, Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112, 61, Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France*

(Received 3 July 2008; published 30 September 2008)

The transfer function  $T(k)$  of dark matter (DM) perturbations during matter domination is obtained by solving the linearized collisionless Boltzmann-Vlasov equation. We provide an *exact* expression for  $T(k)$  for *arbitrary distribution functions of decoupled particles and initial conditions*, which can be systematically expanded in a Fredholm series. An exhaustive numerical study of thermal relics for different initial conditions reveals that the first *two* terms in the expansion of  $T(k)$  provide a remarkably accurate and simple approximation valid on all scales of cosmological relevance for structure formation in the linear regime. The natural scale of suppression is the free-streaming wave vector at matter-radiation equality,  $k_{fs}(t_{eq}) = [4\pi\rho_{0M}/(\langle\tilde{V}^2\rangle(1+z_{eq}))]^{1/2}$ . An important ingredient is a nonlocal kernel determined by the distribution functions of the decoupled particles which describes the *memory of the initial conditions and gravitational clustering* and yields a correction to the fluid description. This correction is negligible at large scales  $k \ll k_{fs}(t_{eq})$  but it becomes important at small scales  $k \geq k_{fs}(t_{eq})$ . Distribution functions that favor the small momentum region yield longer-range memory kernels and lead to an *enhancement of power at small scales*  $k > k_{fs}(t_{eq})$ . Fermi-Dirac and Bose-Einstein statistics lead to long-range memory kernels, with longer-range for bosons, both resulting in enhancement of  $T(k)$  at small scales. For DM thermal relics that decoupled while ultrarelativistic we find  $k_{fs}(t_{eq}) \simeq 0.003(g_d/2)^{1/3} (m/\text{keV}) [\text{kpc}]^{-1}$ , where  $g_d$  is the number of degrees of freedom at decoupling. For WIMPS we obtain  $k_{fs}(t_{eq}) = 5.88(g_d/2)^{1/3} (m/100 \text{ GeV})^{1/2} (T_d/10 \text{ MeV})^{1/2} [\text{pc}]^{-1}$ . For  $k \ll k_{fs}(t_{eq})$ ,  $T(k) \sim 1 - C[k/k_{fs}(t_{eq})]^2$  where  $C = O(1)$  and independent of statistics for thermal relics. We provide simple and accurate fits for  $T(k)$  in a wide range of *small scales*  $k > k_{fs}(t_{eq})$  for thermal relics and different initial conditions. The numerical and analytic results for *arbitrary* distribution functions and initial conditions allow an assessment of DM candidates through their impact on structure formation.

DOI: [10.1103/PhysRevD.78.063546](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.78.063546)

PACS numbers: 95.35.+d, 98.80.-k, 98.80.Cq

## I. INTRODUCTION AND RESULTS

The *concordance*  $\Lambda$ CDM standard cosmological model successfully explains a wide range of highly precise astrophysical and cosmological observations. The main ingredients are an early stage of accelerated expansion (inflation), a more recent stage of accelerated expansion driven by dark energy, and the presence of dark matter (DM) composed of primordial particles which are cold and collisionless at the time when the first structures formed [1,2].

In the cold dark matter (CDM) model, structure formation proceeds in a hierarchical bottom up approach: small scales become nonlinear and collapse first and their merger and accretion leads to structure on larger scales. This is a consequence of the fact that CDM features negligible small velocity dispersions leading to a power spectrum that favors small scales. In this hierarchical scenario, dense

clumps that survive the merger process form satellite galaxies.

Large scale  $\Lambda$ CDM simulations seemingly lead to an overprediction of satellite galaxies [3] by almost an order of magnitude over the number of satellites that have been observed in Milky Way sized galaxies [3–7]. These simulations also yield a distinct prediction: virialized DM halos should feature a density profile that increases monotonically towards the center [3,8–11] such as the Navarro-Frenk-White profile [8] or more general central density profiles  $\rho(r) \sim r^{-\beta}$  with  $1 \leq \beta \leq 1.5$  [5,8,11]. These profiles accurately describe clusters of galaxies but indicate a divergent cusp at the center of the halo.

There is, however, an accumulating body of observational evidence [12–19] that seems to indicate that the density profile in the central regions of dwarf galaxies is smooth leading to the suggestion that the central regions feature smooth cores instead of cusps as predicted by CDM.

Warm dark matter (WDM) particles were invoked [20–22] as possible solutions to the above mentioned discrepancies both in the overabundance of satellite galaxies and as a mechanism to smooth out the cusped density profiles

\*Electronic address: boyan@pitt.edu

†Electronic address: devega@lpthe.jussieu.fr

‡Electronic address: Norma.Sanchez@obspm.fr

# Quantum slow-roll and quantum fast-roll inflationary initial conditions: CMB quadrupole suppression and further effects on the low CMB multipoles

F. J. Cao,<sup>1,3,\*</sup> H. J. de Vega,<sup>2,3,+</sup> and N. G. Sanchez<sup>3,‡</sup><sup>1</sup>*Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear, Universidad Complutense de Madrid, Avenida Complutense s/n, 28040 Madrid, Spain*<sup>2</sup>*LPTHE, Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI) et Denis Diderot (Paris VII), Tour 24, 5<sup>ème</sup> étage, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France*<sup>3</sup>*Observatoire de Paris, LERMA, Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112, 61, Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France*  
(Received 2 September 2008; published 6 October 2008)

Quantum fast-roll initial conditions for the inflaton which are different from the classical fast-roll conditions and from the quantum slow-roll conditions can lead to inflation that lasts long enough. These quantum fast-roll initial conditions for the inflaton allow for kinetic energies of the same order of the potential energies and nonperturbative inflaton modes with nonzero wave numbers. Their evolution starts with a transitory epoch where the redshift due to the expansion succeeds to assemble the quantum excited modes of the inflaton in a homogeneous (zero mode) condensate, and the large value of the Hubble parameter succeeds to overdamp the fast roll of the redshifted inflaton modes. After this transitory stage the effective classical slow-roll epoch is reached. Most of the e-folds are produced during the slow-roll epoch, and we recover the classical slow-roll results for the scalar and tensor metric perturbations plus corrections. These corrections are important if scales which are horizon size today exited the horizon by the end of the transitory stage and, as a consequence, the lower cosmic microwave background (CMB) multipoles get suppressed or enhanced. Both for scalar and tensor metric perturbations, fast roll leads to a *suppression* of the amplitude of the perturbations (and of the low CMB multipoles), while the quantum precondensate epoch gives an *enhancement* of the amplitude of the perturbations (and of the low CMB multipoles). These two types of corrections can compete and combine in a scale dependent manner. They turn out to be smaller in new inflation than in chaotic inflation. These corrections arise as natural consequences of the quantum nonperturbative inflaton dynamics, and can allow a further improvement of the fitting of inflation plus the  $\Lambda$ CMB model to the observed CMB spectra. In addition, the corrections to the tensor metric perturbations will provide an independent test of this model. Thus, the effects of quantum inflaton fast-roll initial conditions provide a consistent and contrastable model for the origin of the suppression of the quadrupole and for other departures of the low CMB multipoles from the slow-roll inflation- $\Lambda$ CMB model, which are to be contrasted with the TE and EE multipoles and with the forthcoming and future CMB data.

DOI: [10.1103/PhysRevD.78.083508](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.78.083508)

PACS numbers: 98.80.Cq, 98.70.Vc

## I. INTRODUCTION

Inflation (an epoch of accelerated expansion of the Universe) solves the horizon and flatness problems of the standard big bang model. It naturally generates scalar density fluctuations that seed large scale structure and the temperature anisotropies in the cosmic microwave background (CMB), and tensor perturbations (primordial gravitational waves) [1,2]. Inflation is based on a scalar field (the inflaton) whose homogeneous expectation value drives the dynamics of the scale factor, plus small quantum fluctuations.

A great diversity of inflationary models predict fairly generic features: a Gaussian, nearly scale invariant spectrum of (mostly) adiabatic scalar and tensor primordial

fluctuations, and they provide an excellent fit to the highly precise wealth of data of the Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) [3] making the inflationary paradigm fairly robust. Precise CMB data reveal peaks and valleys in the temperature fluctuations resulting from acoustic oscillations in the electron-photon fluid at recombination. These and future CMB and large scale structure (LSS) observations require more precise theoretical predictions from inflation, and a deeper understanding of how inflation begins and ends.

Amongst the wide variety of inflationary scenarios, the single field slow-roll model provide an appealing, simple, and fairly generic description of inflation. Its simplest implementation is based on a single scalar field (the inflaton). The inflaton potential is fairly flat, and it dominates the Universe energy during inflation. This flatness leads to a slowly varying Hubble parameter (slow roll), ensuring a sufficient number of inflation e-folds to explain the homogeneity, isotropy, and flatness of the Universe, and also

\*franco@fis.ucm.es

+devega@lpthe.jussieu.fr

‡Norma.Sanchez@obspm.fr

# Model-independent analysis of dark matter points to a particle mass at the keV scale

H. J. de Vega<sup>1,2★</sup> and N. G. Sanchez<sup>2★</sup>

<sup>1</sup>LPTHE, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI) et Denis Diderot (Paris VII), Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Tour 24, 5ème étage, Boite 126, 4 Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France

<sup>2</sup>Observatoire de Paris, LERMA, Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112, 61 Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France

Accepted 2010 January 8. Received 2010 January 7; in original form 2009 August 5

## ABSTRACT

We present a *model-independent* analysis of dark matter (DM) decoupling both ultrarelativistically (UR) and non-relativistically (NR) based on the DM phase-space density  $\mathcal{D} = \rho_{\text{DM}}/\sigma_{\text{DM}}^3$ . We derive explicit formulae for the DM particle mass  $m$  and for the number of ultrarelativistic degrees of freedom  $g_d$  at decoupling. We find that for DM particles decoupling UR both at local thermal equilibrium (LTE) and out of LTE,  $m$  turns out to be in the *keV scale*. For example, for DM Majorana fermions decoupling at LTE the resulting mass is  $m \simeq 0.85$  keV. For DM particles decoupling NR,  $\sqrt{mT_d}$  results in the keV scale ( $T_d$  is the decoupling temperature) and the value of  $m$  is consistent with the keV scale. In all cases, DM turns out to be *cold* DM (CDM). In addition, lower and upper bounds on the DM annihilation cross-section for NR decoupling are derived. We evaluate the free-streaming (Jeans) wavelength and Jeans mass: they are independent of the type of DM except for the DM self-gravity dynamics. The free-streaming wavelength today turns to be in the *kpc range*. These results are based on our theoretical analysis, on astronomical observations of dwarf spheroidal satellite galaxies in the Milky Way and on  $N$ -body numerical simulations. We analyse and discuss the results for  $\mathcal{D}$  from analytic approximate formulae for both linear fluctuations and the (non-linear) spherical model and from  $N$ -body simulations results. In this way we obtain upper bounds for the DM particle mass, which are all below the 100-keV range.

**Key words:** galaxies: fundamental parameters – cosmology: theory – dark matter.

## 1 THE DARK MATTER PARTICLE MASS

Although the existence of dark matter (DM) was proposed 75 years ago (Zwicky 1933; Oort 1940, see van den Bergh 2001 for a history of the research on dark matter) its nature is as yet unknown. It must have been non-relativistic by the time of structure formation ( $z < 30$ ) in order to reproduce the observed small structure at  $\sim 2\text{--}3$  kpc.

DM particles can decouple ultrarelativistically (UR) at  $T_d \gg m$  or non-relativistically (NR) at  $T_d \ll m$ , where  $m$  is the mass of the DM particles and  $T_d$  the decoupling temperature. We consider in this paper particles that decouple at or out of local thermal equilibrium (LTE).

The DM distribution function  $F_d$  freezes out at decoupling. Therefore, for all times after decoupling  $F_d$  coincides with its expression at decoupling.  $F_d$  is a function of  $T_d$ ,  $m$  and the comoving momentum of the DM particles  $p_c$ .

Knowing the distribution function  $F_d(p_c)$ , we can compute physical magnitudes as the DM velocity fluctuations and the DM energy

density. For the relevant times  $t$  during structure formation, when the DM particles are non-relativistic, we have

$$\langle V^2 \rangle(t) = \left\langle \frac{p_{\text{ph}}^2}{m^2} \right\rangle(t) = \frac{\int \frac{d^3 p_{\text{ph}}}{(2\pi)^3} \frac{p_{\text{ph}}^2}{m^2} F_d[a(t)p_{\text{ph}}]}{\int \frac{d^3 p_{\text{ph}}}{(2\pi)^3} F_d[a(t)p_{\text{ph}}]}, \quad (1)$$

where we use the physical momentum of the DM particles  $p_{\text{ph}}(t) \equiv p_c/a(t)$  as the integration variable. The scale factor  $a(t)$  is normalized as usual:

$$a(t) = \frac{1}{1+z(t)}, \quad a(\text{today}) = 1; \quad (2)$$

that is, the physical momentum  $p_{\text{ph}}(t)$  coincides today with the comoving momentum  $p_c$  at zero redshift.

We can relate the covariant decoupling temperature,  $T_d$ , the effective number of UR degrees of freedom at decoupling,  $g_d$ , and the photon temperature today,  $T_\gamma$ , using entropy conservation (Kolb & Turner 1990; Börner 2003; Yao et al. 2006):

$$T_d = \left( \frac{2}{g_d} \right)^{1/3} T_\gamma, \quad \text{where } T_\gamma = 0.2348 \text{ meV} \quad (3)$$

and  $1 \text{ meV} = 10^{-3} \text{ eV}$ .

★E-mail: devega@lpthe.jussieu.fr (HJdV); Norma.Sanchez@obspm.fr (NGS)

## CONSTANT SURFACE GRAVITY AND DENSITY PROFILE OF DARK MATTER

H. J. DE VEGA<sup>\*,†,‡</sup> and N. G. SANCHEZ<sup>†,§</sup>

<sup>\*</sup>*LPTHE, Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589,  
Université Pierre et Marie Curie (Paris VI) et Denis Diderot (Paris VII),  
Tour 24, 5<sup>ème</sup> étage, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France*

*and*

<sup>†</sup>*Observatoire de Paris, LERMA, Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112,  
61, Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France*

<sup>‡</sup>*devega@lpthe.jussieu.fr*

<sup>§</sup>*Norma.Sanchez@obspm.fr*

Received 15 November 2010

Cumulative observational evidence confirms that the surface gravity of dark matter (DM) halos  $\mu_{0D} = r_0\rho_0$ , where  $r_0$  and  $\rho_0$  are the halo core radius and central density, respectively, is nearly *constant* and independent of galaxy luminosity for a high number of galactic systems (spirals, dwarf irregular and spheroidals, elliptics) spanning over 14 magnitudes in luminosity and of different Hubble types. Remarkably, its numerical value,  $\mu_{0D} \simeq 140M_\odot/\text{pc}^2 = (18.6 \text{ MeV})^3$ , is approximately *the same* (up to a factor of 2) in all these systems. First, we present the physical consequences of the independence of  $\mu_{0D}$  from  $r_0$ : the energy scales as the volume  $\sim r_0^3$ , while the mass and the entropy scale as the surface  $\sim r_0^2$  and the surface times  $\log r_0$ , respectively. Namely, the entropy scales similarly to the black hole entropy but with a much smaller coefficient. Second, we compute the surface gravity and the density profile for small scales from first principles and the evolution of primordial density fluctuations from the end of inflation till today using the linearized Boltzmann–Vlasov equation. The density profile  $\rho_{\text{lin}}(r)$  obtained in this way decreases as  $r^{-1-n_s/2}$  for intermediate scales, where  $n_s \simeq 0.964$  is the *primordial* spectral index. This scaling is in remarkable agreement with the empirical behavior found observationally and in  $N$ -body simulations:  $r^{-1.6\pm 0.4}$ . The observed value of  $\mu_{0D}$  indicates that the DM particle mass  $m$  is on the keV scale. The theoretically derived density profiles  $\rho_{\text{lin}}(r)$  turn to be *cored* for  $m$  on the keV scale and they are *cusped* for  $m$  on the GeV scale or beyond. We consider both fermions and bosons as DM particles decoupling either ultrarelativistically or nonrelativistically. Our results do *not* use any particle physics model and vary slightly with the statistics of the DM particle.

*Keywords:* Dark matter; surface gravity of galaxies; primordial cosmological fluctuations.

### 1. Observational Evidences

Recently, growing findings have been pointing to a constant dark matter (DM) surface gravity  $\mu_{0D}$  in galaxy DM halos.<sup>15,28,41</sup> Namely, the product  $\mu_{0D} \equiv r_0\rho_0$ , where  $r_0$  and  $\rho_0$  are the halo core radius and central density, respectively, is nearly

**Preinflationary and inflationary fast-roll eras and their signatures in the low CMB multipoles**C. Destri,<sup>1,\*</sup> H. J. de Vega,<sup>2,3,†</sup> and N. G. Sanchez<sup>3,‡</sup><sup>1</sup>*Dipartimento di Fisica G. Occhialini, Università Milano-Bicocca and**INFN, sezione di Milano-Bicocca, Piazza della Scienza 3, 20126 Milano, Italia*<sup>2</sup>*LPTHE, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI) et Denis Diderot (Paris VII),**Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Tour 24, 5ème. étage, Boite 126, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France*<sup>3</sup>*Observatoire de Paris, LERMA, Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112 and 61, Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France*

(Received 17 December 2009; published 15 March 2010)

We study the entire coupled evolution of the inflaton  $\phi(t)$  and the scale factor  $a(t)$  for general initial conditions  $\phi(t_0)$  and  $d\phi(t_0)/dt$  at a given initial time  $t_0$ . The *generic* early Universe evolution has three stages: decelerated fast roll followed by inflationary fast roll and then inflationary slow roll (an attractor always reached for *generic* initial conditions). This evolution is valid for all regular inflaton potentials  $v(\phi)$ . In addition, we find a special (extreme) slow-roll solution starting at  $t = -\infty$  in which the fast-roll stages are absent. At some time  $t = t_*$ , the evolution backwards in time from  $t_0$  reaches generically a mathematical singularity where  $a(t)$  vanishes and the Hubble parameter becomes singular. We determine the general behavior near the singularity. The classical homogeneous inflaton description turns to be valid for  $t - t_* > 10t_{\text{Planck}}$  well before the beginning of inflation, quantum loop effects are negligible there. The singularity is never reached in the validity region of the classical treatment and therefore it *is not a real physical phenomenon* here. Fast-roll and slow-roll regimes are analyzed in detail including the equation of state evolution, both analytically and numerically. The characteristic time scale of the fast-roll era turns to be  $t_1 = (1/m)\sqrt{V(0)/[3M^4]} \sim 10^4 t_{\text{Planck}}$ , where  $V$  is the double-well inflaton potential,  $m$  is the inflaton mass, and  $M$  the energy scale of inflation. The *whole* evolution of the fluctuations along the decelerated and inflationary fast-roll and slow-roll eras is computed. The Bunch-Davies initial conditions are generalized for the present case in which the potential felt by the fluctuations can never be neglected. The fluctuations feel a *singular attractive* potential near the  $t = t_*$  singularity (as in the case of a particle in a central singular potential) with *exactly* the *critical* strength ( $-1/4$ ) allowing the fall to the center. Precisely, the fluctuations exhibit logarithmic behavior describing the fall to  $t = t_*$ . The power spectrum gets dynamically modified by the effect of the fast-roll eras and the choice of Bunch-Davies initial conditions at a finite time through the transfer function  $D(k)$  of initial conditions. The power spectrum vanishes at  $k = 0$ .  $D(k)$  presents a first peak for  $k \sim 2/\eta_0$  ( $\eta_0$  being the conformal initial time), then oscillates with decreasing amplitude and vanishes asymptotically for  $k \rightarrow \infty$ . The transfer function  $D(k)$  affects the *low* cosmic microwave background multipoles  $C_\ell$ : the change  $\Delta C_\ell/C_\ell$  for  $1 \leq \ell \leq 5$  is computed as a function of the starting instant of the fluctuations  $t_0$ . Cosmic microwave background quadrupole observations indicate large *suppressions*, which are well reproduced for the range  $t_0 - t_* \gtrsim 0.05/m \simeq 10\,100t_{\text{Planck}}$ .

DOI: 10.1103/PhysRevD.81.063520

PACS numbers: 98.80.Cq, 05.10.Cc, 11.10.-z

**I. INTRODUCTION AND SUMMARY OF RESULTS**

Since the Universe expands exponentially fast during inflation, gradients are exponentially erased and can be neglected. At the same time, the exponential stretching of spatial lengths *classicalizes* the physics and allows a *classical* treatment. One can therefore consider a homogeneous and classical inflaton field which thus determines self-consistently a homogenous and isotropic Friedmann-Robertson Walker metric sourced by this inflaton.

This treatment is valid for early times well after the Planck time  $t = 10^{-44}$  sec, at which the quantum fluctua-

tions are expected to be large and thus a full quantum gravity treatment is required.

In this paper we study the entire coupled evolution of the inflaton field  $\phi(t)$  and the scale factor  $a(t)$  of the metric for generic initial conditions, fixed by the values of  $\phi(t_0)$  and  $d\phi(t_0)/dt$  at a given initial time  $t_0$ .

We show that the *generic* early Universe evolution has three stages: a decelerated fast-roll stage followed by an inflationary fast-roll stage and then by a slow-roll inflationary regime, which is an attractor always reached for *generic* initial conditions. This evolution is valid for all regular inflaton potentials. In addition, we find a particular (extreme) slow-roll solution starting from  $t = -\infty$  in which the fast-roll stages are absent.

The evolution backwards in time from  $t_0$  reaches generically a mathematical singularity at some time  $t = t_*$ , where

\*Claudio.Destri@mib.inf.n.it

†devega@lpthe.jussieu.fr

‡Norma.Sanchez@obspm.fr

## FORECAST FOR THE *PLANCK* PRECISION ON THE TENSOR-TO-SCALAR RATIO AND OTHER COSMOLOGICAL PARAMETERS

C. BURIGANA<sup>1</sup>, C. DESTRI<sup>2</sup>, H. J. DE VEGA<sup>3,4</sup>, A. GRUPPUSO<sup>1</sup>, N. MANDOLESI<sup>1</sup>, P. NATOLI<sup>5</sup>, AND N. G. SANCHEZ<sup>4</sup>

<sup>1</sup> INAF/IASF, Istituto di Astrofisica Spaziale e Fisica Cosmica di Bologna, Istituto Nazionale di Astrofisica, via Gobetti 101, I-40129 Bologna, Italy

<sup>2</sup> Dipartimento di Fisica G. Occhialini, Università Milano-Bicocca and INFN, Sezione di Milano-Bicocca, Piazza della Scienza 3, 20126 Milano, Italy

<sup>3</sup> LPTHE, Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI) et Denis Diderot (Paris VII), Tour 24,  
5<sup>ème</sup> étage, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France

<sup>4</sup> Observatoire de Paris, LERMA, Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112, 61 Avenue de l’Observatoire, 75014 Paris, France

<sup>5</sup> Dipartimento di Fisica, Università di Roma Tor Vergata and INFN, Sezione di Tor Vergata, Via della Ricerca Scientifica 1, I-00133 Roma, Italy

Received 2010 March 29; accepted 2010 September 16; published 2010 November 3

### ABSTRACT

The *Planck* satellite, successfully launched on 2009 May 14 to measure with unprecedented accuracy the primary cosmic microwave background (CMB) anisotropies, is operating as expected. The Standard Model of the Universe (“concordance” model) provides the current realistic context to analyze the CMB and other cosmological/astrophysical data, inflation in the early universe being part of it. The *Planck* performance for the crucial primordial parameter  $r$ , the tensor-to-scalar ratio related to primordial  $B$ -mode polarization, will depend on the quality of data analysis and interpretation. The Ginzburg–Landau (G–L) approach to inflation allows us to take high benefit of the CMB data. The fourth-degree double-well inflaton potential gives an excellent fit to the current CMB+LSS data. We evaluate the *Planck* precision to the recovery of cosmological parameters, taking into account a reasonable toy model for residuals of systematic effects of instrumental and astrophysical origin based on publicly available information. We use and test two relevant models: the  $\Lambda$ CDM $r$  model, i.e., the standard  $\Lambda$ CDM model augmented by  $r$ , and the  $\Lambda$ CDM $r$ T model, where the scalar spectral index,  $n_s$ , and  $r$  are related through the theoretical “banana-shaped” curve  $r = r(n_s)$  coming from the G–L theory with a double-well inflaton potential. In the latter case, the analytical expressions for  $n_s$  and  $r$  are imposed as a hard constraint in a Monte Carlo Markov Chain (MCMC) data analysis. We consider two  $C_\ell$ -likelihoods (with and without  $B$  modes) and take into account the white noise sensitivity of *Planck* (LFI and HFI) in the 70, 100, and 143 GHz channels as well as the residuals from systematic errors and foregrounds. We also consider a cumulative channel of the three mentioned. We produce the sky (mock data) for the CMB multipoles  $C_\ell^{TT}$ ,  $C_\ell^{TE}$ ,  $C_\ell^{EE}$ , and  $C_\ell^{BB}$  from the  $\Lambda$ CDM $r$  and  $\Lambda$ CDM $r$ T models and obtain the cosmological parameter marginalized likelihood distributions for the two models. Foreground residuals affect only the cosmological parameters sensitive to the  $B$  modes. As expected, the likelihood  $r$  distribution is more clearly peaked near the fiducial value ( $r = 0.0427$ ) in the  $\Lambda$ CDM $r$ T model than in the  $\Lambda$ CDM $r$  model. The best value for  $r$  in the presence of residuals turns out to be about  $r \simeq 0.04$  for both the  $\Lambda$ CDM $r$  and the  $\Lambda$ CDM $r$ T models. The  $\Lambda$ CDM $r$ T model is very stable; its distributions do not change by including residuals and the  $B$  modes. For  $r$  we find  $0.028 < r < 0.116$  at a 95% confidence level (CL) with the best value  $r = 0.04$ . We also compute the  $B$  mode detection probability by the most sensitive HFI-143 channel. At the level of foreground residual equal to 30% of our toy model, only a 68% CL ( $1\sigma$ ) detection is very likely. For a 95% CL detection ( $2\sigma$ ), the level of foreground residual should be reduced to 10% or lower of the adopted toy model. The lower bounds (and most probable value) we infer for  $r$  support the searching of CMB  $B$ -mode polarization in the current data as well as the planned CMB missions oriented toward  $B$  polarization.

**Key words:** cosmic background radiation – cosmological parameters – inflation – methods: data analysis – space vehicles

*Online-only material:* color figures

### 1. INTRODUCTION AND WORK OUTLINE

The *Planck* satellite<sup>6</sup> was successfully launched on 2009 May 14 to measure the primary cosmic microwave background (CMB) temperature and polarization anisotropies on the whole sky with unprecedented accuracy. It is now in normal operation with the expected performance (Planck Collaboration 2006; Bersanelli et al. 2010; Mandolesi et al. 2010; Lamarre et al. 2010; Maffei et al. 2010). *Planck* will improve the measurement of most cosmological parameters by several factors with respect to current experiments, in particular the *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* (*WMAP*) satellite.<sup>7</sup> The expected CMB

polarization measurements from *Planck* will allow us to push both  $E$  and  $B$  polarization results well beyond the present knowledge and considerably constrain the tensor ( $B$  modes)-to-scalar ratio parameter  $r$ , if not obtain a detection of it. In this respect, the way of extracting and physically interpreting cosmological parameters (once the CMB data is cleaned from the different astrophysical foregrounds) will be important. In other words, the actual *Planck* performance for the crucial primordial parameter  $r$  will depend on the adopted physical modeling and the quality of data analysis and interpretation. It is then important and timely to make forecasts for the *Planck* determination of  $r$  and other cosmological parameters taking into account the theoretical progress in the field and *WMAP* results.

The Standard Model of the Universe (or “concordance” model) provides the current realistic context for analyzing

<sup>6</sup> <http://www.rssd.esa.int/planck>

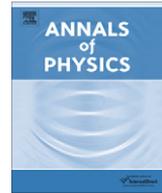
<sup>7</sup> <http://lambda.gsfc.nasa.gov/>



ELSEVIER

Contents lists available at ScienceDirect

## Annals of Physics

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/aop](http://www.elsevier.com/locate/aop)

# Higher order terms in the inflaton potential and the lower bound on the tensor to scalar ratio $r$

C. Destri<sup>a</sup>, H.J. de Vega<sup>b,c,\*</sup>, N.G. Sanchez<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Dipartimento di Fisica G. Occhialini, Università Milano-Bicocca and INFN, sezione di Milano-Bicocca, Piazza della Scienza 3, 20126 Milano, Italy

<sup>b</sup> LPTHE, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI) et Denis Diderot (Paris VII), Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Tour 24, 5ème. étage, Boite 126, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France

<sup>c</sup> Observatoire de Paris, LERMA, Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112, 61, Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France

## ARTICLE INFO

## Article history:

Received 17 June 2010

Accepted 30 November 2010

Available online 3 December 2010

## Keywords:

Inflation

CMB anisotropies

Primordial gravitons

Effective field theory à la Ginsburg–Landau

## ABSTRACT

The MCMC analysis of the CMB + LSS data in the context of the Ginsburg–Landau approach to inflation indicated that the fourth degree double-well inflaton potential in new inflation gives an excellent fit of the present CMB and LSS data. This provided a **lower bound** for the ratio  $r$  of the tensor to scalar fluctuations and as most probable value  $r \simeq 0.05$ , within reach of the forthcoming CMB observations. In this paper we systematically analyze the effects of arbitrarily **higher order** terms in the inflaton potential on the CMB observables: spectral index  $n_s$  and ratio  $r$ . Furthermore, we compute in close form the inflaton potential dynamically generated when the inflaton field is a fermion condensate in the inflationary universe. This inflaton potential turns out to belong to the Ginsburg–Landau class too. The theoretical values in the  $(n_s, r)$  plane for all double well inflaton potentials in the Ginsburg–Landau approach (including the potential generated by fermions) fall inside a **universal** banana-shaped region  $\mathcal{B}$ . The upper border of the banana-shaped region  $\mathcal{B}$  is given by the fourth order double-well potential and provides an upper bound for the ratio  $r$ . The lower border of  $\mathcal{B}$  is defined by the quadratic plus an infinite barrier inflaton potential and provides a **lower bound** for the ratio  $r$ . For example, the current best value of the spectral index  $n_s = 0.964$ , implies  $r$  is in the interval:  $0.021 < r < 0.053$ . Interestingly enough, this range is within reach of forthcoming CMB observations.

© 2010 Elsevier Inc. All rights reserved.

\* Corresponding author at: LPTHE, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI) et Denis Diderot (Paris VII), Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Tour 24, 5ème. étage, Boite 126, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France. Tel.: +33 1 4427 7430; fax: +33 1 4427 7088.

E-mail addresses: [Claudio.Destri@mib.infn.it](mailto:Claudio.Destri@mib.infn.it) (C. Destri), [devega@lpthe.jussieu.fr](mailto:devega@lpthe.jussieu.fr) (H.J. de Vega), [Norma.Sanchez@obspm.fr](mailto:Norma.Sanchez@obspm.fr) (N.G. Sanchez).

## THE EFFECTIVE THEORY OF INFLATION IN THE STANDARD MODEL OF THE UNIVERSE AND THE CMB + LSS DATA ANALYSIS

D. BOYANOVSKY,<sup>\*,†,‡,¶</sup> C. DESTRI,<sup>†,§,||</sup> H. J. DE VEGA<sup>†,‡,\*\*</sup> and N. G. SANCHEZ<sup>†,††</sup>

<sup>\*</sup>Department of Physics and Astronomy, University of Pittsburgh,  
 Pittsburgh, Pennsylvania 15260, USA

<sup>†</sup>LPTHE, Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589,  
 Université Pierre et Marie Curie (Paris VI) et Denis Diderot (Paris VII),  
 Tour 24, 5<sup>ème</sup> étage, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France

<sup>‡</sup>Observatoire de Paris, LERMA, Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112,  
 61, Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France

and

<sup>§</sup>Dipartimento di Fisica G. Occhialini, Università Milano-Bicocca and INFN,  
 sezione di Milano-Bicocca, Piazza della Scienza 3, 20126 Milano, Italy

<sup>¶</sup>boyan@pitt.edu

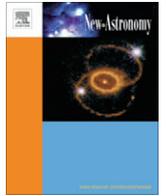
<sup>||</sup>Claudio.Destri@mib.infn.it

<sup>\*\*</sup>devega@lpthe.jussieu.fr

<sup>††</sup>Norma.Sanchez@obspm.fr

Received 19 December 2008

Inflation is today a part of the Standard Model of the Universe supported by the cosmic microwave background (CMB) and large scale structure (LSS) datasets. Inflation solves the horizon and flatness problems and naturally generates density fluctuations that seed LSS and CMB anisotropies, and tensor perturbations (primordial gravitational waves). Inflation theory is based on a scalar field  $\varphi$  (the inflaton) whose potential is fairly flat, leading to a slow-roll evolution. This review focuses on the following new aspects of inflation. We present the effective theory of inflation à la Ginsburg and Landau, in which the inflaton potential is a polynomial in the field  $\varphi$  and has the universal form  $V(\varphi) = NM^4 w(\varphi/[\sqrt{N}M_{\text{Pl}}])$ , where  $w = \mathcal{O}(1)$ ,  $M \ll M_{\text{Pl}}$  is the scale of inflation and  $N \sim 60$  is the number of e-folds since the cosmologically relevant modes exit the horizon till inflation ends. The slow-roll expansion becomes a systematic  $1/N$  expansion and the inflaton couplings become *naturally small* as powers of the ratio  $(M/M_{\text{Pl}})^2$ . The spectral index and the ratio of tensor/scalar fluctuations are  $n_s - 1 = \mathcal{O}(1/N)$ ,  $r = \mathcal{O}(1/N)$ , while the running index turns out to be  $dn_s/d\ln k = \mathcal{O}(1/N^2)$  and therefore can be neglected. The energy scale of inflation  $M \sim 0.7 \times 10^{16}$  GeV is completely determined by the amplitude of the scalar adiabatic fluctuations. A complete analytic study plus the Monte Carlo Markov chain (MCMC) analysis of the available CMB+LSS data (including WMAP5) with fourth degree trinomial potentials showed: (a) the *spontaneous breaking* of the  $\varphi \rightarrow -\varphi$  symmetry of the inflaton potential; (b) a *lower bound* for  $r$  in new inflation:  $r > 0.023$  (95% CL) and  $r > 0.046$  (68 CL); (c) the preferred inflation potential is a *double-well*, even function of the field with a moderate quartic coupling yielding as the most probable values  $n_s \simeq 0.964$ ,  $r \simeq 0.051$ . This value for  $r$  is within reach of forthcoming CMB observations. The present data in the effective theory of inflation



# The mass of the dark matter particle: Theory and galaxy observations

H.J. de Vega<sup>a,c,\*</sup>, P. Salucci<sup>b</sup>, N.G. Sanchez<sup>c</sup>

<sup>a</sup> LPTHE, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI) et Denis Diderot (Paris VII), Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Tour 13-14, 4ème. et 5ème. étage, Boîte 126, 4, Place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France

<sup>b</sup> SISSA, via Bonomea 265, I-34100 Trieste, Italy

<sup>c</sup> Observatoire de Paris, LERMA, Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112, 61, Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 2 January 2012

Received in revised form 13 March 2012

Accepted 3 April 2012

Available online 10 April 2012

Communicated by G.F. Gilmore

### Keywords:

Cosmology: dark matter

Galaxies: halos

Galaxies: kinematics and dynamics

## ABSTRACT

In order to determine as best as possible the nature of the dark matter (DM) particle (mass and decoupling temperature) we compute analytically the DM galaxy properties as the halo density profile, halo radius and surface density and compare them to their observed values. We match the theoretically computed surface density to its observed value in order to obtain: (i) the decreasing of the phase-space density since equilibration till today (ii) the mass of the dark matter particle and the decoupling temperature  $T_d$  (iii) the kind of the halo density profile (core or cusp). The dark matter particle mass turns to be between 1 and 2 keV and the decoupling temperature  $T_d$  turns to be above 100 GeV. keV dark matter particles necessarily produce cored density profiles while WIMPS ( $m \sim 100$  GeV,  $T_d \sim 5$  GeV) inevitably produce cusped profiles at scales about 0.003 pc. We compute in addition the halo radius  $r_0$ , the halo central density  $\rho_0$  and the halo particle r.m.s. velocity  $\bar{v}_{\text{halo}}^{1/2}$  they all reproduce the observed values within one order of magnitude. These results are independent of the particle physics model and vary very little with the statistics of the dark matter particle. The framework presented here applies to any kind of DM particles: when applied to typical CDM GeV WIMPS, our results are in agreement with CDM simulations. keV scale DM particles reproduce all observed galaxy magnitudes within one order of magnitude while GeV DM mass particles disagree with observations in up to eleven orders of magnitude.

© 2012 Elsevier B.V. All rights reserved.

## 1. Introduction

Since several years and more recently (Persic et al., 1996; Disney et al., 2008; Garcia-Appadoo et al., 2009; van den Bergh, 2008) it has been stressed that basic galaxy parameters as mass, size, baryon-fraction, central density, are not independent from each other but in fact all of them do depend on one parameter that works as a galaxy identifier. In fact there exist functional relations that constrain the different galaxy parameters in such a way that the galaxy structure depends essentially on one parameter (Salucci et al., 2007 and references therein).

These functional relations may play for galaxies the rôle that the equations of state play in thermodynamical systems.

First, let us remind that the density of DM in galaxies is usually well reproduced by dark halos with a cored distribution (de Blok, 2010; Salucci and Frigerio Martins, 2009), where  $r_0$  is the core radius,  $\rho_0$  is the central density  $\lim_{r \rightarrow 0} \rho(r) = \rho_0$  and  $\rho(r)$  for  $r < r_0$  is approximately constant. Recent findings highlight the quantity

$\mu_0 \equiv r_0 \rho_0$  proportional to the halo central surface density defined as

$$2 \int_0^\infty \rho(0, 0, x_3) dx_3 \quad \text{where } \vec{r} = (x_1, x_2, x_3)$$

where  $x_3$  goes along the line of sight. The quantity  $\mu_0$  is found nearly constant and independent of luminosity in different galactic systems (spirals, dwarf irregular and spheroidals, elliptics) spanning over 14 magnitudes in luminosity and over different Hubble types. More precisely, all galaxies seem to have the same value for  $\mu_0$ , namely  $\mu_0 \simeq 120 M_\odot/\text{pc}^2$  (Kormendy and Freeman, 2004; Donato et al., 2009; Spano et al., 2008). It is remarkable that at the same time other important structural quantities as  $r_0$ ,  $\rho_0$ , the baryon-fraction and the galaxy mass vary orders of magnitude from one galaxy to another.

The constancy of  $\mu_0$  is unlikely to be a coincidence and probably has a deep physical meaning in the process of galaxy formation. It must be stressed that  $\mu_0$  is the only dimensionful quantity which is constant among galaxies.

By analogy with the theory of phase transitions in statistical physics we find useful to call 'universal' those quantities which take the same value for a large set of galaxies while non-universal quantities vary orders of magnitude from one galaxy to another. In

\* Corresponding author at: LPTHE, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI) et Denis Diderot (Paris VII), Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Tour 13-14, 4ème. et 5ème. étage, Boîte 126, 4, Place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France.

E-mail address: [devega@lpthe.jussieu.fr](mailto:devega@lpthe.jussieu.fr) (H.J. de Vega).

# Cosmological evolution of warm dark matter fluctuations. I. Efficient computational framework with Volterra integral equations

H. J. de Vega<sup>1,2,\*</sup> and N. G. Sanchez<sup>2,†</sup>

<sup>1</sup>*LPTHE, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI) et Denis Diderot (Paris VII), Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Tour 13-14, 4ème. et 5ème. étages, Boite 126, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France*

<sup>2</sup>*Observatoire de Paris, LERMA, Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112, 61, Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France*  
(Received 31 October 2011; published 16 February 2012)

We study the complete cosmological evolution of dark matter (DM) density fluctuations for DM particles that decoupled being ultrarelativistic during the radiation dominated era which is the case of keV scale warm DM (WDM). The new framework presented here can be applied to other types of DM and, in particular, we extend it to cold DM. The collisionless and linearized Boltzmann-Vlasov equations (B-V) for WDM and neutrinos in the presence of photons and coupled to the linearized Einstein equations are studied in detail in the presence of anisotropic stress with the Newtonian potential generically different from the spatial curvature perturbations. We recast this full system of B-V equations for DM and neutrinos into a system of coupled Volterra integral equations. These Volterra-type equations are valid both in the radiation dominated and matter dominated eras during which the WDM particles are ultrarelativistic and then nonrelativistic. This generalizes the so-called Gilbert integral equation only valid for nonrelativistic particles in the matter dominated era. We succeed to reduce the system of four Volterra integral equations for the density and anisotropic stress fluctuations of DM and neutrinos into a system of only two coupled Volterra equations. The kernels and inhomogeneities in these equations are explicitly given functions. Combining the Boltzmann-Vlasov equations and the linearized Einstein equations constrain the initial conditions on the distribution functions and gravitational potentials. In the absence of neutrinos the anisotropic stress vanishes and the Volterra-type equations reduce to a single integral equation. These Volterra integral equations provide a useful and precise framework to compute the primordial WDM fluctuations over a wide range of scales including small scales up to  $k \sim 1/5$  kpc.

DOI: 10.1103/PhysRevD.85.043516

PACS numbers: 98.80.-k, 95.35.+d, 98.80.Cq

## I. INTRODUCTION AND SUMMARY OF RESULTS

The evolution of the dark matter (DM) density fluctuations since the DM decoupling till today is a basic problem in cosmology. This problem has been extensively treated in the literature for particles decoupling being nonrelativistic (cold dark matter, CDM) [1–5].

Particles decoupling ultrarelativistically in the radiation dominated era (warm dark matter, WDM) were proposed as DM candidates years ago [6–9]. Such WDM particles with mass in the keV scale become the subject of a renewed interest in recent years [10–16].

In this paper, we study the evolution of DM density fluctuations for particles that decoupled being ultrarelativistic during the radiation dominated era. (Ref. [17] has recently considered this issue).

The expansion of the Universe dilutes matter in the early universe and particle decoupling happens when the particle collisions become sufficiently rare and can be neglected. Therefore, and it is well known, the particle distribution generically freezes out at decoupling. This happens irrespective of whether the particles are in or out of thermal equilibrium (see Ref. [5], Sec. 2 of Ref. [12] and Ref. [18])

The treatment of the cosmology density fluctuations presented here and in the companion paper Ref. [19] is valid for generic frozen out distribution functions, whether at thermal equilibrium or out of thermal equilibrium and holds irrespective of the particular DM particle model.

The linearized Boltzmann-Vlasov equation provides an appropriate framework to follow the evolution of the primordial fluctuations since the DM decoupling till today. The linearized B-V equation turns to be particularly difficult to solve since it is in general a partial differential equation on a distribution function which depends on seven variables. Two strategies have been used to solve the linearized B-V equation. One method consists in expanding the distribution function on Legendre polynomials transforming the B-V equation into an infinite hierarchy of coupled ordinary differential equations [1–4]. Another approach to the linearized B-V equation integrates the distribution function over the particle momenta and recast the linearized B-V equation into a linear integral equation of the Volterra type [20] [6,18,21–23]. In the case of nonrelativistic particles in a matter dominated universe this leads to the so-called Gilbert equation [20]. This approach leads to linear integral equations of the Volterra type while the Legendre polynomials expansion produces an infinite hierarchy of coupled ordinary differential equations. The

\*devega@lpthe.jussieu.fr

†Norma.Sanchez@obspm.fr

## Cosmological evolution of warm dark matter fluctuations. II. Solution from small to large scales and keV sterile neutrinos

H. J. de Vega<sup>1,2,\*</sup> and N. G. Sanchez<sup>2,†</sup><sup>1</sup>*LPTHE, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI) et Denis Diderot (Paris VII), Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Tour 13-14, 4ème. et 5ème. étages, Boite 126, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France*<sup>2</sup>*Observatoire de Paris, LERMA, Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112, 61, Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France*  
(Received 31 October 2011; published 16 February 2012)

We solve the cosmological evolution of warm dark matter density fluctuations within the analytic framework of the Volterra integral equations presented in the accompanying paper [H. J. de Vega and N. G. Sanchez, preceding Article, Phys. Rev. D **85**, 043516 (2012)]. In the absence of neutrinos, the anisotropic stress vanishes and the Volterra-type equations reduce to a single integral equation. We solve numerically this single Volterra-type equation both for dark matter (DM) fermions decoupling at thermal equilibrium and DM sterile neutrinos decoupling out of thermal equilibrium. We give the exact analytic solution for the density fluctuations and gravitational potential at zero wave number. We compute the density contrast as a function of the scale factor  $a$  for a relevant range of wave numbers  $k$ . At fixed  $a$ , the density contrast turns to grow with  $k$  for  $k < k_c$  while it decreases for  $k > k_c$ , where  $k_c \simeq 1.6/\text{Mpc}$ . The density contrast depends on  $k$  and  $a$  mainly through the product  $ka$  exhibiting a self-similar behavior. Our numerical density contrast for small  $k$  gently approaches our analytic solution for  $k = 0$ . For fixed  $k < 1/(60 \text{ kpc})$ , the density contrast generically grows with  $a$  while for  $k > 1/(60 \text{ kpc})$  it exhibits oscillations starting in the radiation dominated era which become stronger as  $k$  grows. We compute the transfer function of the density contrast for thermal fermions and for sterile neutrinos decoupling out of equilibrium in two cases: the Dodelson-Widrow model and a model with sterile neutrinos produced by a scalar particle decay. The transfer function grows with  $k$  for small  $k$  and then decreases after reaching a maximum at  $k = k_c$  reflecting the time evolution of the density contrast. The integral kernels in the Volterra equations are nonlocal in time and their falloff determine the memory of the past evolution since decoupling. We find that this falloff is faster when DM decouples at thermal equilibrium than when it decouples out of thermal equilibrium. Although neutrinos and photons can be neglected in the matter dominated matter dominated era, they contribute to the Volterra integral equation in the MD era through their memory from the radiation dominated era.

DOI: 10.1103/PhysRevD.85.043517

PACS numbers: 98.80.-k, 95.35.+d, 98.80.Cq

### I. INTRODUCTION AND SUMMARY OF RESULTS

In an accompanying paper [1] we provided a framework to study the complete cosmological evolution of dark matter (DM) density fluctuations for DM particles that decoupled being ultrarelativistic during the radiation dominated era which is the case of keV scale warm dark matter (WDM). In this paper, we solve the evolution of DM density fluctuations following the framework developed in Ref. [1].

The new framework presented in Ref. [1] and here is generic for any type of DM and applies, in particular, to cold dark matter (CDM) too. The collisionless and linearized Boltzmann-Vlasov equations (B-V) for WDM and neutrinos in the presence of photons and coupled to the linearized Einstein equations are studied in detail in the presence of anisotropic stress with the Newtonian potential generically different from the spatial curvature perturbations.

In Ref. [1] the full system of B-V equations for DM and neutrinos is recasted as a system of coupled Volterra integral equations. (Ref. [2] has recently considered this issue in absence of anisotropic stress). These Volterra-type equations are valid both in the radiation dominated (RD) and matter dominated (MD) eras during which the WDM particles are ultrarelativistic and then nonrelativistic. This generalizes the so-called Gilbert integral equation only valid for nonrelativistic particles in the MD era.

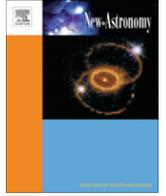
We succeed to reduce the system of four Volterra integral equations for the density and anisotropic stress fluctuations of DM and neutrinos into a system of only two coupled Volterra equations.

In summary, the pair of partial differential Boltzmann-Vlasov equations in seven variables for DM and for neutrinos become a system of four Volterra linear integral equations on the density fluctuations  $\Delta_{\text{dm}}(\eta, \vec{k})$ ,  $\Delta_\nu(\eta, \vec{k})$  and anisotropic stress  $\Sigma_{\text{dm}}(\eta, \vec{k})$ ,  $\Sigma_\nu(\eta, \vec{k})$  for DM and neutrinos, respectively.

In addition, because we deal with linear fluctuations evolving on an homogeneous and isotropic cosmology,

\*devega@lpthe.jussieu.fr

†Norma.Sanchez@obspm.fr



## Fermionic warm dark matter produces galaxy cores in the observed scales because of quantum mechanics

C. Destri<sup>a</sup>, H.J. de Vega<sup>b,c,\*</sup>, N.G. Sanchez<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Dipartimento di Fisica G. Occhialini, Università Milano-Bicocca and INFN, Sezione di Milano-Bicocca, Piazza della Scienza 3, 20126 Milano, Italy

<sup>b</sup> LPTHE, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI), Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Tour 13-14, 4ème. et 5ème. étage, Boîte 126, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France

<sup>c</sup> Observatoire de Paris, LERMA, Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112, 61, Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France

### HIGHLIGHTS

- ▶ Dwarf galaxies made by WDM fermions are quantum macroscopic objects.
- ▶ Phase-space density for WDM fermions constrains halo radius above a pc.
- ▶ Dwarf galaxies are supported against gravity by WDM quantum pressure.
- ▶ Galaxy physical magnitudes are well reproduced via a Thomas–Fermi quantum treatment.
- ▶ A quantum mechanical treatment is essential to obtain observed galaxy core sizes.

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 26 October 2012

Received in revised form 12 December 2012

Accepted 18 December 2012

Available online 27 December 2012

Communicated by G.F. Gilmore

#### Keywords:

Cosmology: dark matter

Galaxies: halos

Galaxies: kinematics and dynamics

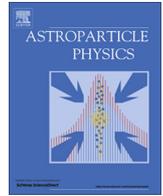
### ABSTRACT

We derive the main physical galaxy properties: mass, halo radius, phase space density and velocity dispersion from a semiclassical gravitational approach in which fermionic WDM is treated quantum mechanically. They turn out to be fully compatible with observations. The Pauli Principle implies for the fermionic DM phase-space density  $Q(\vec{r}) = \rho(\vec{r})/\sigma^3(\vec{r})$  the quantum bound  $Q(\vec{r}) \leq K m^4/h^3$ , where  $m$  is the DM particle mass,  $\sigma(\vec{r})$  is the DM velocity dispersion and  $K$  is a pure number of order one which we estimate. Cusped profiles from  $N$ -body galaxy simulations produce a divergent  $Q(r)$  at  $r = 0$  violating this quantum bound. The combination of this quantum bound with the behaviour of  $Q(r)$  from simulations, the virial theorem and galaxy observational data on  $Q$  implies lower bounds on the halo radius and a minimal distance  $r_{\min}$  from the centre at which classical galaxy dynamics for DM fermions breaks down. For WDM,  $r_{\min}$  turns to be in the parsec scale. For cold dark matter (CDM),  $r_{\min}$  is between dozens of kilometers and a few meters, astronomically compatible with zero. For hot dark matter (HDM),  $r_{\min}$  is from the kpc to the Mpc. In summary, this quantum bound rules out the presence of galaxy cusps for fermionic WDM, in agreement with astronomical observations, which show that the DM halos are cored. We show that compact dwarf galaxies are natural quantum macroscopic objects supported against gravity by the fermionic WDM quantum pressure (quantum degenerate fermions) with a minimal galaxy mass and minimal velocity dispersion. Quantum mechanical calculations which fulfil the Pauli Principle become necessary to compute galaxy structures at kpc scales and below. Classical  $N$ -body simulations are not valid at scales below  $r_{\min}$ . We apply the Thomas–Fermi semiclassical approach to fermionic WDM galaxies, we resolve it numerically and find the physical galaxy magnitudes: mass, halo radius, phase-space density, velocity dispersion, fully consistent with observations especially for compact dwarf galaxies. Namely, fermionic WDM treated quantum mechanically, as it must be, reproduces the observed galaxy DM cores and their sizes. The lightest known dwarf galaxy (Willman 1) implies a lower bound for the WDM particle mass  $m > 0.96$  keV. These results and the observed galaxies with halo radius  $\geq 30$  pc and halo mass  $\geq 4 \times 10^5 M_{\odot}$  provide further indication that the WDM particle mass  $m$  is approximately in the range 1–2 keV.

© 2012 Elsevier B.V. All rights reserved.

\* Corresponding author at: LPTHE, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI), Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Tour 13-14, 4ème. et 5ème. étage, Boîte 126, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France. Tel.: +33 1 4427 7394; fax: +33 1 4427 7393.

E-mail addresses: [devega@lpthe.jussieu.fr](mailto:devega@lpthe.jussieu.fr), [Hector.deVega@obspm.fr](mailto:Hector.deVega@obspm.fr) (H.J. de Vega).



# Quantum WDM fermions and gravitation determine the observed galaxy structures



C. Destri<sup>a</sup>, H.J. de Vega<sup>b,c,\*</sup>, N.G. Sanchez<sup>c</sup>

<sup>a</sup>Dipartimento di Fisica G. Occhialini, Università Milano-Bicocca and INFN, sezione di Milano-Bicocca, Piazza della Scienza 3, 20126 Milano, Italy

<sup>b</sup>LPTHE, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI), Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Tour 13, 4ème. et 5ème. étages, Boite 126, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France

<sup>c</sup>Observatoire de Paris, LERMA. Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112, 61 Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 7 January 2013

Received in revised form 3 April 2013

Accepted 15 April 2013

Available online 22 April 2013

### Keywords:

Dark matter  
Galaxies  
Thomas–Fermi  
Galaxy cores  
Degenerate fermions

## ABSTRACT

Quantum mechanics is necessary to compute galaxy structures at kpc scales and below. This is so because near the galaxy center, at scales below 10–100 pc, warm dark matter (WDM) **quantum** effects are important: observations show that the interparticle distance is of the order of, or smaller than the de Broglie wavelength for WDM. This explains why all classical (non-quantum) WDM  $N$ -body simulations fail to explain galactic cores and their sizes. We describe fermionic WDM galaxies in an analytic semiclassical framework based on the Thomas–Fermi approach, we resolve it numerically and find the main physical galaxy magnitudes: mass, halo radius, phase-space density, velocity dispersion, fully consistent with observations, including compact dwarf galaxies. Namely, fermionic WDM treated quantum mechanically, as it must be, reproduces the observed galaxy DM cores and their sizes. [In addition, as is known, WDM simulations produce the right DM structures in agreement with observations for scales  $\gtrsim$  kpc]. We show that compact dwarf galaxies are natural quantum macroscopic objects supported against gravity by the fermionic WDM quantum pressure (quantum degenerate fermions) with a **minimal** galaxy mass and **minimal** velocity dispersion. Interestingly enough, the minimal galaxy mass implies a minimal mass  $m_{\min}$  for the WDM particle. The lightest known dwarf galaxy (Willman 1) implies  $m > m_{\min} = 1.91$  keV. These results and the observed halo radius and mass of the compact galaxies provide further indication that the WDM particle mass  $m$  is approximately around 2 keV.

© 2013 Elsevier B.V. All rights reserved.

## 1. Introduction and summary of results

Dark matter (DM) is the main component of galaxies, especially of dwarf galaxies which are almost exclusively formed by DM. It thus appears that the study of galaxy properties is an excellent way to disentangle the nature of DM.

Cold DM (CDM) produces an overabundance of substructures below the  $\sim 50$  kpc till very small scales  $\sim 0.005$  pc which constitutes, as is well known, one of the most serious drawbacks for CDM. On the contrary, warm DM (WDM), that is, DM particles with mass in the keV scale, produces DM structures in the range of scales  $\lesssim 50$  kpc in agreement with observations. In WDM structure formation, substructures below the free-streaming scale  $\sim 50$  kpc are not formed, contrary to the case of CDM. This conclusion for WDM based on the linear theory is robustly confirmed by

$N$ -body simulations by different groups [1]. For scales larger than 50 kpc, WDM yields the same results than CDM and agrees with all the observations: small scale as well as large scale structure observations and CMB anisotropy observations.

Astronomical observations show that the DM galaxy density profiles are **cored** till scales below the kpc [2–4]. On the other hand,  $N$ -body CDM simulations exhibit cusped density profiles with a typical  $1/r$  behaviour near the galaxy center  $r = 0$ . Classical  $N$ -body WDM simulations exhibit cusps or small cores smaller than the observed cores [6,15].

Numerical calculations based on the spherically symmetric Vlasov–Poisson equation from the Larson moment expansion [7], as well as on the exact dynamics of the associated  $N$ -body system, have confirmed these findings [8].

A direct way to see whether a system of particles has a classical or quantum nature is to compare the particle de Broglie wavelength  $\lambda_{dB}$  with the inter-particle distance  $d$ . We investigate this issue in Section 1.1 and express the ratio of the two lengths as

$$\mathcal{R} \equiv \frac{\lambda_{dB}}{d} = \hbar \left( \frac{Q_h}{m^4} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad Q_h \equiv \frac{\rho_h}{\sigma^3}.$$

\* Corresponding author at: LPTHE, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI), Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Tour 13, 4ème. et 5ème. étages, Boite 126, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France. Tel.: +33 1 4427 7394; fax: +33 1 4427 7088.

E-mail addresses: [Claudio.Destri@mib.infn.it](mailto:Claudio.Destri@mib.infn.it) (C. Destri), [devega@lpthe.jussieu.fr](mailto:devega@lpthe.jussieu.fr), [Hector.deVega@obspm.fr](mailto:Hector.deVega@obspm.fr) (H.J. de Vega), [Norma.Sanchez@obspm.fr](mailto:Norma.Sanchez@obspm.fr) (N.G. Sanchez).

**Warm dark matter primordial spectra and the onset of structure formation at redshift  $z$** C. Destri,<sup>1,\*</sup> H. J. de Vega,<sup>2,3,†</sup> and N. G. Sanchez<sup>3,‡</sup><sup>1</sup>*Dipartimento di Fisica G. Occhialini, Università Milano-Bicocca and INFN, sezione di Milano-Bicocca, Piazza della Scienza 3, 20126 Milano, Italy*<sup>2</sup>*Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, LPTHE, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI), Tour 24, 5ème étage, Boite 126, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France*<sup>3</sup>*Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112, Observatoire de Paris, LERMA, 61, Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France*

(Received 5 August 2013; published 15 October 2013)

Analytic formulas reproducing the warm dark matter (WDM) cosmological spectra are obtained for WDM particles decoupling in and out of thermal equilibrium; these formulas provide the initial data for WDM nonlinear structure formation. We compute and analyze the corresponding WDM overdensities and compare them to the cold dark matter (CDM) case. We consider the ratio of the WDM to CDM spectrum and the ratio of the WDM to CDM overdensities: They turn out to be self-similar functions of  $k/k_{1/2}$  and  $R/R_{1/2}$ , respectively, with  $k_{1/2}$  and  $R_{1/2}$  being the wavenumber and length where the WDM spectrum and overdensity are one-half of the respective CDM magnitudes. Both  $k_{1/2}$  and  $R_{1/2}$  show scaling as powers of the WDM particle mass  $m$ , while the self-similar functions are independent of  $m$ . The WDM spectrum sharply decreases around  $k_{1/2}$  with respect to the CDM spectrum, while the WDM overdensity slowly decreases around  $R_{1/2}$  for decreasing scales with respect to the CDM one. The nonlinear regions where WDM structure formation takes place are shown and compared to those in CDM: The WDM nonlinear structures start to form later than in CDM, and as a general trend, decreasing the DM particle mass delays the onset of the nonlinear regime. The nonlinear regime starts earlier for smaller objects than for larger ones; smaller objects can form earlier both in WDM and CDM. We compute and analyze the differential mass function  $dN/dM$  for WDM at redshift  $z$  in the Press-Schechter approach. The WDM suppression effect of small scale structure *increases* with the redshift  $z$ . Our results for  $dN/dM$  are useful to be contrasted with observations, in particular, for  $4 \leq z \leq 12$ . We perform all of these studies for the most popular WDM particle physics models. Contrasting them to observations should give the value of the WDM particle mass within the keV scale.

DOI: [10.1103/PhysRevD.88.083512](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.083512)

PACS numbers: 95.35.+d, 98.80.-k, 98.80.Cq

**I. INTRODUCTION AND RESULTS**

Warm dark matter (WDM), that is, dark matter formed by particles with masses in the keV scale, has received increasing attention [1]. At intermediate scales  $\sim 100$  kpc WDM provides the *correct abundance* of substructures [2], and therefore WDM solves the CDM overabundance of structures for small scales. For scales larger than 100 kpc, WDM yields the same results as CDM and agrees with all the observations: small scale as well as large scale structure observations and CMB anisotropy observations.

Inside galaxy cores, below  $\sim 100$  pc,  $N$ -body classical physics simulations do not provide the correct structures for WDM because quantum effects are important in WDM at these scales. Classical  $N$ -body WDM simulations exhibit cusps or small cores with sizes smaller than the observed cores [3,4]. WDM predicts correct structures and cores with the right sizes for small scales (below kpc) when its *quantum* nature is taken into account [5].

A basic quantity in dark matter cosmology is the DM power spectrum which is obtained by solving the linearized Boltzmann-Vlasov equations until DM decouples.

Although the DM power spectrum is obtained from the linearized Boltzmann-Vlasov equations, it contains enough information to derive the mass function of formed structures in the Press-Schechter approach, as well as in the halo model and excursion set approaches.

We provide here analytic formulas that reproduce the cosmological power spectrum for WDM. Furthermore, we provide simple analytic formulas for the overdensity and the differential mass function of bounded structures as functions of the length scale and the redshift  $z$ .

We perform this study for four WDM fermion particle physics models, where WDM decouples in and out of equilibrium: Dodelson-Widrow, Shi-Fuller,  $\nu$ MSM and WDM thermal fermions. The first three models concern sterile neutrinos, while the last one can be applied to gravitinos.

In the thermal case, we obtain the WDM power spectrum by introducing in the CAMB program WDM fermions decoupling at thermal equilibrium. In the cases of decoupling out of thermal equilibrium, we obtain the WDM spectrum by solving the evolution Volterra integral

\*Claudio.Destri@mib.infn.it

†devega@lpthe.jussieu.fr

‡Norma.Sanchez@obspm.fr



# Role of sterile neutrino warm dark matter in rhenium and tritium beta decays

H.J. de Vega<sup>a,d</sup>, O. Moreno<sup>b,\*</sup>, E. Moya de Guerra<sup>b</sup>,  
M. Ramón Medrano<sup>c</sup>, N.G. Sánchez<sup>d</sup>

<sup>a</sup> *LPTHE Université Pierre et Marie Curie (Paris VI), Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Tour 24, 5eme étage, Boite 126, Place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France*

<sup>b</sup> *Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear, Facultad de Ciencias Físicas, Universidad Complutense, 28040 Madrid, Spain*

<sup>c</sup> *Departamento de Física Teórica I, Facultad de Ciencias Físicas, Universidad Complutense, 28040 Madrid, Spain*

<sup>d</sup> *Observatoire de Paris, LERMA, Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112, 61, Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France*

Received 3 May 2012; received in revised form 27 August 2012; accepted 30 August 2012

Available online 5 September 2012

## Abstract

Sterile neutrinos with mass in the range of one to a few keV are important as extensions of the Standard Model of particle physics and are serious dark matter (DM) candidates. This DM mass scale (warm DM) is in agreement with both cosmological and galactic observations. We study the role of a keV sterile neutrino through its mixing with a light active neutrino in rhenium 187 and tritium beta decays. We pinpoint the energy spectrum of the beta particle,  $0 \lesssim T_e \lesssim (Q_\beta - m_s)$ , as the region where a sterile neutrino could be detected and where its mass  $m_s$  could be measured. This energy region is at least 1 keV away from the region suitable to measure the mass of the light active neutrino, located near the endpoint  $Q_\beta$ . The emission of a keV sterile neutrino in a beta decay could show up as a small kink in the spectrum of the emitted beta particle. With this in view, we perform a careful calculation of the rhenium and tritium beta spectra and estimate the size of this perturbation by means of the dimensionless ratio  $\mathcal{R}$  of the sterile neutrino to the active neutrino contributions. We comment on the possibility of searching for sterile neutrino signatures in two experiments which are currently running at present, MARE and KATRIN, focused on the rhenium 187 and tritium beta decays respectively.

© 2012 Elsevier B.V. All rights reserved.

\* Corresponding author.

E-mail address: [osmoreno@mit.edu](mailto:osmoreno@mit.edu) (O. Moreno).

# I. BF RECHERCHES EN COURS EN COLLABORATION AVEC NORMA G. SANCHEZ

## Equation of state, universal profiles, scaling and macroscopic quantum effects in Warm Dark Matter galaxies

The Thomas-Fermi approach to galaxy structure determines selfconsistently and non-linearly the gravitational potential of the fermionic WDM particles given their quantum distribution function  $f(E)$ . Galaxy magnitudes as the halo radius  $r_h$ , mass  $M_h$ , velocity dispersion and phase space density are obtained. We derive the general equation of state for galaxies (relation between the pressure and the density), and provide an analytic expression. This clearly exhibits two regimes: (i) Large diluted galaxies for  $M_h > 2.310^6 M_\odot$  corresponding to temperatures  $T_0 > 0.017$  K, described by the classical self gravitating WDM Boltzman regime and (ii) Compact dwarf galaxies for  $1.610^6 M_\odot > M_h > M_{h,min} = 30000(2keV/m)^{16/5} M_\odot$ ,  $T_0 < 0.011$  K described by the quantum fermionic WDM regime. The  $T_0 = 0$  degenerate quantum limit predicts the most compact and smallest galaxy (minimal radius and mass  $M_{h,min}$ ). All magnitudes in the diluted regime exhibit square root of  $M_h$  scaling laws and are universal functions of  $r/r_h$  when normalized to their values at the origin or at  $r_h$ . We find that universality in galaxies (for  $M_h > 10^6 M_\odot$ ) reflects the WDM perfect gas behaviour. These theoretical results contrasted to robust and independent sets of galaxy data remarkably reproduce the observations. For the small galaxies,  $10^6 > M_h > M_{h,min}$  corresponding to effective temperatures  $T_0 < 0.017$  K, the equation of state is galaxy dependent and the profiles are no more universal. These non-universal properties in small galaxies account to the quantum physics of the WDM fermions in the compact regime. Our results are independent of any WDM particle physics model, they only follow from the gravitational interaction of the WDM particles and their fermionic quantum nature.

## The Dark Matter distribution function and Halo Thermalization from the Eddington equation in Galaxies

We find the distribution function  $f(E)$  for dark matter (DM) halos in galaxies and the corresponding equation of state from the observed (empirical) DM halo density profiles. We solve for DM in galaxies the analogous of the Eddington equation originally used for the gas of stars in globular clusters. The observed density profiles are a good realistic starting point and

the distribution functions derived from them are realistic. We do not make any assumption about the DM nature, the methods developed here apply to any DM kind, though all results are consistent with Warm DM (WDM). Cored density profiles behaving quadratically for small distances  $\rho(r) \stackrel{r \rightarrow 0}{\approx} \rho(0) - K r^2$  produce finite and positive distribution functions at the halo center while cusped density profiles always produce divergent distribution functions at the center. Cored density profiles produce thermal Boltzmann distribution functions for  $r \lesssim 3 r_h$  where  $r_h$  is the halo radius. Analytic expressions for the dispersion velocity and the pressure are derived yielding at each halo point an ideal DM gas equation of state with local temperature  $T(r) \equiv m v^2(r)/3$ .  $T(r)$  turns to be constant in the same region where the distribution function is thermal. The DM halo can be consistently considered at local thermal equilibrium with: (i) a constant temperature for  $r \lesssim 3 r_h$ , (ii) a space dependent temperature  $T(r)$  for  $3 r_h < r \lesssim R_{virial}$ , which slowly decreases with  $r$ .  $T(r)$  outside the halo radius nicely follows the decrease of the circular velocity squared. That is, the DM halo is realistically for  $r \lesssim R_{virial}$  a self-gravitating thermal gas with a  $r$  dependent temperature. When observational data on density profiles of smaller (dwarf) galaxies will become available, the analytic framework provided here will allow to find the phase-space distribution function  $f(E)$  for such compact galaxies.

### **Galaxy phase-space density data exclude Bose-Einstein condensate Axion Dark Matter**

Light scalars (as the axion) with mass  $m \sim 10^{-22}$  eV forming a Bose-Einstein condensate (BEC) exhibit a Jeans length in the kpc scale and were therefore proposed as dark matter (DM) candidates. Our treatment here is generic, independent of the particle physics model and applies to all DM BEC, in or out of equilibrium. Two observed quantities crucially constrain DM in an inescapable way: the average DM density  $\rho_{DM}$  and the phase-space density  $Q$ . The observed values of  $\rho_{DM}$  and  $Q$  in galaxies today, constrain both the possibility to form a BEC and the DM mass  $m$ . These two constraints robustly exclude axion DM that decouples just after the QCD phase transition. Moreover, the value  $m \sim 10^{-22}$  eV

can only be obtained with a number of ultrarelativistic degrees of freedom at decoupling in the trillions which is impossible for decoupling in the radiation dominated era. In addition, we find for the axion vacuum misalignment scenario that axions are produced strongly out of thermal equilibrium and that the axion mass in such scenario turns to be 17 orders of magnitude too large to reproduce the observed galactic structures. We conclude that the

axion cannot be the DM particle. However, an axion in the mili-eV scale may be a relevant source of dark energy through the zero point cosmological quantum fluctuations.

**Hctor J. DE VEGA :**

**Projet des Recherches pour 2014-2016 en collaboration avec Norma Sanchez**

**The Theory of Inflation. Contrast with the observations.**

Analysis of the new and very recent CMB data from Bicep 2 indicating a tensor/scalar ratio  $r = 0.2$  or  $0.15$  at the light of the effective theory of inflation à la Ginsburg-Landau. Their interpretation and consequences within the banana shaped curve in the diagramme  $(n_s, r)$  predicted by this theory.

Analyses, re-analyses and confrontation of the new and already available CMB anisotropy and polarization data and Bicep2

**Warm Dark Matter and Galaxy Formation.**

To continue our work towards the identification of the WDM particle physics model that agrees with galaxy structure and galaxy formation observations, X-ray data constraints, particle experiments, beta decay and electron capture experiments. In addition, the WDM particle physics model should play a crucial role in the explanation of the baryon asymmetry of the universe.

Develop methods to treat galaxy formation taken into account the quantum features of fermionic WDM: time dependent Thomas-Fermi and time dependent Hartree-Fock in gravitational physics.

Investigate the whole cosmological evolution from the end of inflation till today computed from first principles from which the main properties of galaxies are obtained: density profile, central density, radius, phase-space density and surface density. All this research to be performed taking into account the quantum character of the fermionic WDM. We are using the nonlinear Boltzmann-Vlasov-Poisson equation which is a particularly powerful tool to compute the WDM cosmological evolution and the structure formation.

Implications of all this research for the detection and signatures (both in laboratory and astronomical observation) of the leading WDM candidate: the keV sterile neutrino.

**I. RECHERCHES EN COURS EN COLLABORATION AVEC NORMA G. SANCHEZ**

**Equation of state, universal profiles, scaling and macroscopic quantum effects in Warm Dark Matter galaxies**

The Thomas-Fermi approach to galaxy structure determines selfconsistently and nonlinearly the gravitational potential of the fermionic WDM particles given their quantum distribution function  $f(E)$ . Galaxy magnitudes as the halo radius  $r_h$ , mass  $M_h$ , velocity dispersion and phase space density are obtained. We derive the general equation of state for galaxies (relation between the pressure and the density), and provide an analytic expression. This clearly exhibits two regimes: (i) Large diluted galaxies for  $M_h > 2.310^6 M_\odot$  corresponding to temperatures  $T_0 > 0.017$  K, described by the classical self gravitating WDM Boltzman regime and (ii) Compact dwarf galaxies for  $1.610^6 M_\odot > M_h > M_{h,min} = 30000(2keV/m)^{16/5} M_\odot$ ,  $T_0 < 0.011$  K described by the quantum fermionic WDM regime. The  $T_0 = 0$  degenerate quantum limit predicts the most compact and smallest galaxy (minimal radius and mass  $M_{h,min}$ ). All magnitudes in the diluted regime exhibit square root of  $M_h$  scaling laws and are universal functions of  $r/r_h$  when normalized to their values at the origin or at  $r_h$ . We find that universality in galaxies (for  $M_h > 10^6 M_\odot$ ) reflects the WDM perfect gas behaviour. These theoretical results contrasted to robust and independent sets of galaxy data remarkably reproduce the observa-

tions. For the small galaxies,  $10^6 > M_h > M_{h,min}$  corresponding to effective temperatures  $T_0 < 0.017$  K, the equation of state is galaxy dependent and the profiles are no more universal. These non-universal properties in small galaxies account to the quantum physics of the WDM fermions in the compact regime. Our results are independent of any WDM particle physics model, they only follow from the gravitational interaction of the WDM particles and their fermionic quantum nature.

## **The Dark Matter distribution function and Halo Thermalization from the Eddington equation in Galaxies**

We find the distribution function  $f(E)$  for dark matter (DM) halos in galaxies and the corresponding equation of state from the observed (empirical) DM halo density profiles. We solve for DM in galaxies the analogous of the Eddington equation originally used for the gas of stars in globular clusters. The observed density profiles are a good realistic starting point and the distribution functions derived from them are realistic. We do not make any assumption about the DM nature, the methods developed here apply to any DM kind, though all results are consistent with Warm DM (WDM). Cored density pro-

files behaving quadratically for small distances  $\rho(r) \stackrel{r \rightarrow 0}{\approx} \rho(0) - K r^2$  produce finite and positive distribution functions at the halo center while cusped density profiles always produce divergent distribution functions at the center. Cored density profiles produce thermal Boltzmann distribution functions for  $r \lesssim 3 r_h$  where  $r_h$  is the halo radius. Analytic expressions for the dispersion velocity and the pressure are derived yielding at each halo point an ideal DM gas equation of state with local temperature  $T(r) \equiv m v^2(r)/3$ .  $T(r)$  turns to be constant in the same region where the distribution function is thermal. The DM halo can be consistently considered at local thermal equilibrium with: (i) a constant temperature for  $r \lesssim 3 r_h$ , (ii) a space dependent temperature  $T(r)$  for  $3 r_h < r \lesssim R_{virial}$ , which slowly decreases with  $r$ .  $T(r)$  outside the halo radius nicely follows the decrease of the circular velocity squared. That is, the DM halo is realistically for  $r \lesssim R_{virial}$  a self-gravitating thermal gas with a  $r$  dependent temperature. When observational data on density profiles of smaller (dwarf) galaxies will become available, the analytic framework provided here will allow to find the phase-space distribution function  $f(E)$  for such compact galaxies.

**Galaxy phase-space density data exclude Bose-**

## Einstein condensate Axion Dark Matter

Light scalars (as the axion) with mass  $m \sim 10^{-22}$  eV forming a Bose-Einstein condensate (BEC) exhibit a Jeans length in the kpc scale and were therefore proposed as dark matter (DM) candidates. Our treatment here is generic, independent of the particle physics model and applies to all DM BEC, in or out of equilibrium. Two observed quantities crucially constrain DM in an inescapable way: the average DM density  $\rho_{DM}$  and the phase-space density  $Q$ . The observed values of  $\rho_{DM}$  and  $Q$  in galaxies today, constrain both the possibility to form a BEC and the DM mass  $m$ . These two constraints robustly exclude axion DM that decouples just after the QCD phase transition. Moreover, the value  $m \sim 10^{-22}$  eV

can only be obtained with a number of ultrarelativistic degrees of freedom at decoupling in the trillions which is impossible for decoupling in the radiation dominated era. In addition, we find for the axion vacuum misalignment scenario that axions are produced strongly out of thermal equilibrium and that the axion mass in such scenario turns to be 17 orders of magnitude too large to reproduce the observed galactic structures. We conclude that the axion cannot be the DM particle. However, an axion in the mili-eV scale may be

a relevant source of dark energy through the zero point cosmological quantum fluctuations.

## Matière sombre. Théorie confrontée aux observations

### Recherche

Les recherches décrites ici sont menées par Héctor de Vega et ses collaborateurs.

La matière noire tiède (WDM) est composée des particules avec masse  $m$  dans l'échelle du keV ( $1 < m < 10$  keV). Pour les grandes échelles, structures (au-delà de  $\sim 100$  kpc) WDM donne des résultats identiques à la DM froide qui sont en accord avec les observations. Pour les échelles intermédiaires, WDM donne l'abondance correcte des sous-structures. Dans les cœurs des halos de galaxies, (échelles plus petites que  $\sim 100$  pc), H. J. de Vega et collaborateurs ont montré que les simulations à N-corps de la physique classique sont incorrectes pour la WDM parce que à ces échelles, **les effets quantiques de la WDM** sont importants. Les calculs quantiques semi classiques (approche de Thomas-Fermi développée par de Vega et al) fournissent des cœurs de galaxies, des dispersions de vitesse et des profils de densité en accord avec les observations. L'approche détermine de façon auto-consistante et non-linéaire le potentiel gravitationnel WDM compte tenu de sa fonction de distribution  $f(E)$ . Les principales grandeurs : rayon du halo  $r_h$ , masse,  $M_h$ , dispersion de vitesse et densité de l'espace des phases ont été exprimées en fonction de **la densité de surface**, ceci permet de confronter les résultats théoriques à une très grande variété des observations étant donnée le caractère **universel** (ou quasi universel) de la densité de surface des galaxies.

H.J. de Vega et collaborateurs **ont dérivé l'équation d'état** pour les galaxies, c'est à dire la relation entre la pression et la densité, et ont fourni son expression analytique. Deux régimes des galaxies émergent : (i) Les grandes galaxies diluées pour  $M_h > 2,3 \cdot 10^6 M_{\text{sun}}$  et températures effectives  $T_0 > 0,017$  K décrites par le gaz de Boltzmann classique autogravitant avec une équation de gaz idéal dépendante de l'espace. Et (ii) Les galaxies naines compactes pour  $1,6 \cdot 10^6 M_{\text{sun}} > M_h > M_{\{h, \text{min}\}} = 30000 (2\text{keV} / m)^{\{16/5\}} M_{\text{sun}}$ ,  $T_0 < 0,011$  K décrites par le régime de WDM fermionique quantique avec une équation d'état plus raide proche de l'état dégénéré. En particulier, la limite  $T_0 = 0$  dégénérée ou limite quantique extrême donne la plus compacte et la plus petite galaxie. De plus, les grandeurs dans le régime dilué : rayon du halo  $r_h$  vitesse au carré et température  $T_0$  présentent des **lois d'échelle** en termes de la racine carrée de la masse  $M_h$ . Les amplitudes de ces lois d'échelle analytiques ont été aussi calculées. De plus, les profils de densité et des vitesses sont des fonctions **universelles** de  $r / r_h$  quand normalisées à leurs valeurs à l'origine. Ainsi, les lois d'échelle et l'universalité dans les galaxies dans le régime dilué ont été reliées au comportement **de gaz parfait WDM** dans ce régime. Ces résultats et les **courbes de rotation** théoriques reproduisent remarquablement pour  $r < r_h$  les observations de galaxies. Dans le régime compact des **petites galaxies**, l'équation d'état dépend de la masse de chaque galaxie, les profils de vitesse et de densité ne sont plus universels. La non-universalité reflète ici la **physique quantique** des fermions de la WDM dans le régime compact (proche mais pas exactement à l'état dégénéré). Tous ces résultats

montrent la puissance de l'approche de Thomas-Fermi pour décrire correctement les structures de galaxies.

De Vega et collaborateurs ont montré que pour une particule de matière noire se découplant à l'équilibre thermique (relique thermique), toutes les contraintes observationnelles indiquent une particule de **masse autour de 2 keV** ou légèrement supérieur. Fait remarquable, leurs résultats montrent que les **neutrinos stériles** découplent hors d'équilibre thermique avec un spectre de fluctuations primordial semblable à celui d'une relique thermique de 2 keV lorsque la masse du neutrino stérile est d'environ **7 keV**. Par conséquent, la WDM peut être formée par des 7 keV neutrinos stériles de masse d'environ 7 keV. Indépendamment, Bulbul et al. (2014) ont annoncé la détection d'une ligne d'émission de rayons X dans les clusters des galaxies qui pourrait correspondre à la désintégration d'un neutrino stérile de 7,1 keV et un angle de mélange  $\sin^2(2\theta) \sim 7 \cdot 10^{-11}$ , ce qui motive un grand intérêt dans la recherche des neutrinos stériles WDM autour de 7 keV.

De plus, de Vega et collaborateurs ont développée des **méthodes inverses** permettant de déterminer la fonction de distribution  $f(E)$  à partir des données observationnelles ou des simulations numériques: Ils ont trouvé la fonction de distribution  $f(E)$  de la matière noire (DM) des halos des galaxies et l'équation de l'état correspondante à partir des profils de densité DM observés. C'est-à-dire, ils ont résolu pour la DM dans les galaxies **l'analogie de l'équation intégrale d'Eddington** utilisée au départ pour le gaz des étoiles dans les amas globulaires. Les profils de densité observés sont une base de départ très réaliste, ainsi les fonctions de distribution  $f(E)$  qui en découlent sont des fonctions réalistes.

Avec ces méthodes, ils ont trouvé les résultats suivants: (i) les profils de densité avec des coeurs au centre du halo produisent des fonctions de distribution **finies et positives au centre**, tandis que les profils de densité avec des "cusps" croissant comme  $1/r$  ou plus, produisent toujours des fonctions de distribution divergentes au centre. (ii) Les coeurs observés produisent des fonctions de distribution proches des distributions de Boltzmann thermiques pour  $r < 3 r_h$ , où  $r_h$  est le rayon du halo. (iii) Les expressions analytiques pour la vitesse de dispersion et la pression sont dérivés vérifiant l'équation d'état de gaz idéal pour la DM avec une température locale  $T(r) = mv^2(r) / 3$ .  $T(r)$  est lentement variable et s'avère constante dans la même région où la fonction de distribution est thermique. (iv) Le halo de DM peut être considéré de façon consistante comme étant à **l'équilibre thermique local** avec une température constante  $T(r) = T_0$  pour  $r < 3 r_h$ , et une température  $T(r) = mv^2(r) / 3$  dépendante de l'espace pour  $3 r_h < r < R_{\text{viriel}}$ , qui diminue lentement avec  $r$ . C'est à dire, pour  $r < R_{\text{viriel}}$ , le halo de DM est **un gaz thermique auto-gravitant** sans collisions. (v)  $T(r)$  à l'extérieur du rayon du halo suit parfaitement la décroissance de la vitesse circulaire au carré.

Tous ces résultats montrent de façon robuste que le gaz de DM auto-gravitant peut **thermaliser** en dépit d'être sans collisions: ceci est due à la interaction

gravitationnelle entre les particules de DM et au fait que c'est un **système ergodique**: Le gaz auto-gravitant DM sans collisions est un système isolé qui n'est pas intégrable: les trajectoires des particules explorent ergodiquement la variété d'énergie constante dans l'espace des phases, couvrant uniformément et précisément la mesure microcanonique donnant comme résultat une situation thermique.

Physiquement: **dans la région intérieure** du halo le **gaz de DM thermalise** car la densité est plus supérieure qu' à l'extérieur où les particules sont trop diluées pour thermaliser, même s' ils sont virialisées. Comme la virialisation commence toujours avant de thermalisation, et dans le processus de thermalisation il y a flux de transfert d'énergie potentielle en énergie cinétique, dans la région extérieur de  $r_h$  l'énergie cinétique est plus faible que dans l'intérieur où la thermalisation est déjà atteinte, et ceci est consistante avec le résultat trouvé: La température locale  $T(r)$  à l'extérieur de  $r_h$  est bien inférieure à celle de la région interne où la thermalisation est déjà réalisée.

#### **Publications 2014:**

*Observational rotation curves and density profiles vs. the Thomas-Fermi galaxy structure theory*

H. J. de Vega, P. Salucci, N. G. Sanchez, **MNRAS**, **442**, 2717-2727 (2014).

*Galaxy phase-space density data exclude Bose-Einstein condensate Axion Dark Matter,*

H. J. de Vega, N. G. Sanchez, **arXiv:1401.1214**

*The Dark Matter distribution function and Halo Thermalization from the Eddington equation in Galaxies,*

H. J. de Vega, N. G. Sanchez, **arXiv:1401.0726**

# Observational rotation curves and density profiles versus the Thomas–Fermi galaxy structure theory

H. J. de Vega,<sup>1,2★</sup> P. Salucci<sup>3</sup> and N. G. Sanchez<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Sorbonne Universités, UPMC (Univ. Paris VI), CNRS, Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Tour 13-14, 4ème. et 5ème. étage, Boîte 126, 4, Place Jussieu, F-75252 Paris, France*

<sup>2</sup>*Observatoire de Paris, LERMA, Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112, 61, Avenue de l'Observatoire, F-75014 Paris, France*

<sup>3</sup>*SISSA/ISAS and INFN, Trieste, Iniziativa Specifica QSKY, via Bonomea 265, I-34136 Trieste, Italy*

Accepted 2014 May 14. Received 2014 May 12; in original form 2013 November 13

## ABSTRACT

The Thomas–Fermi approach to galaxy structure determines self-consistently the gravitational potential of the fermionic warm dark matter (WDM) given its distribution function  $f(E)$ . This framework is appropriate for macroscopic quantum systems as neutron stars, white dwarfs and WDM galaxies. Compact dwarf galaxies are near the quantum degenerate regime, while large galaxies are in the classical Boltzmann regime. We derive analytic scaling relations for the main galaxy magnitudes: halo radius  $r_h$ , mass  $M_h$  and phase-space density. Small deviations from the exact scaling show up for compact dwarfs due to quantum macroscopic effects. We contrast the theoretical curves for the circular galaxy velocities  $v_c(r)$  and density profiles  $\rho(r)$  with those obtained from observations using the empirical Burkert profile. Results are independent of any WDM particle physics model, they only follow from the gravitational interaction of the WDM particles and their fermionic nature. The theoretical rotation curves and density profiles reproduce very well the observational curves for  $r \lesssim r_h$  obtained from 10 different and independent sets of data for galaxy masses from  $5 \times 10^9$  to  $5 \times 10^{11} M_\odot$ . Our normalized theoretical circular velocities and normalized density profiles turn to be universal functions of  $r/r_h$  for all galaxies. In addition, they agree extremely well with the observational curves described by the Burkert profile for  $r \lesssim 2 r_h$ . These results show that the Thomas–Fermi approach correctly describes the galaxy structures.

**Key words:** Galaxy structure – dark matter.

## 1 INTRODUCTION

Dark matter (DM) is the main component of galaxies: the fraction of DM over the total galaxy mass goes from 95 per cent for large dilute galaxies (Persic, Salucci & Stel 1996; Oh et al. 2008; Memola, Salucci & Babić 2011) to 99.99 per cent for dwarf compact galaxies (Martin, de Jong & Rix 2008; Woo, Courteau & Dekel 2008; Brodie et al. 2011; Willman & Strader 2012; Walker, private communication). Therefore, the study of galaxy properties is an excellent way to disentangle the nature of DM.

Warm dark matter (WDM), which is DM formed by particles with masses in the keV scale, receives increasing attention today (Biermann, de Vega & Sanchez 2012; de Vega, Falvella & Sanchez 2012b; de Vega & Sanchez 2013, and references therein).

At intermediate scales,  $\sim 100$  kpc, WDM gives the correct abundance of substructures and therefore WDM solves the cold dark matter (CDM) overabundance of structures at small scales. (Colín,

Valenzuela & Avila-Reese 2000; Sommer-Larsen & Dolgov 2001; Gao & Theuns 2007; Tikhonov et al. 2009; Zavala et al. 2009; Papastergis et al. 2011; Lovell et al. 2012, 2014; Anderhalden et al. 2013). For scales larger than 100 kpc, WDM yields the same results as CDM. Hence, WDM agrees with all the observations: small-scale as well as large-scale structure observations and cosmic microwave background (CMB) anisotropy observations.

WDM simulations (as Avila-Reese et al. 2001; Gao & Theuns 2007; Colín., Valenzuela & Avila-Reese 2008; Zavala et al. 2009; Lovell et al. 2012, 2014; Macciò et al. 2012; Viñas, Salvador-Solé & Manrique 2012 and many others) are purely classical (i.e. WDM quantum dynamics is not used in those simulations). The dynamics of DM in the simulations is worked out classically from the classical Newton's equations or self-gravitating hydrodynamics (also classical, without WDM quantum effects). Quantum effects, as the DM quantum pressure, are absent in such frameworks. Inside galaxy cores, below  $\sim 100$  pc, WDM  $N$ -body classical physics simulations do not provide the correct structures because quantum effects are important in WDM at these scales. Classical physics  $N$ -body WDM simulations without the WDM quantum pressure exhibit cusps or

★E-mail: [devega@lpthe.jussieu.fr](mailto:devega@lpthe.jussieu.fr)

# Equation of state, universal profiles, scaling and macroscopic quantum effects in Warm Dark Matter galaxies

H. J. de Vega <sup>(a,b)\*</sup> and N. G. Sanchez <sup>(b)†</sup>

<sup>(a)</sup> *LPTHE, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI),  
Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Tour 24, 5ème. étage,  
Boite 126, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France.*

<sup>(b)</sup> *Observatoire de Paris, LERMA. Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112,  
61, Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France.*

(Dated: September 12, 2015)

The Thomas-Fermi approach to galaxy structure determines selfconsistently and non-linearly the gravitational potential of the fermionic warm dark matter (WDM) particles given their quantum distribution function  $f(E)$ . This semiclassical framework accounts for the quantum nature and high number of DM particles, properly describing gravitational bounded and quantum macroscopic systems as neutron stars, white dwarfs and WDM galaxies. We express the main galaxy magnitudes as the halo radius  $r_h$ , mass  $M_h$ , velocity dispersion and phase space density in terms of the surface density which is important to confront to observations. From these expressions we **derive** the general equation of state for galaxies, i. e., the relation between pressure and density, and provide its analytic expression. Two regimes clearly show up: (i) Large diluted galaxies for  $M_h \gtrsim 2.3 \cdot 10^6 M_\odot$  and effective temperatures  $T_0 > 0.017$  K described by the classical selfgravitating WDM Boltzman gas with an inhomogeneous perfect gas equation of state, and (ii) Compact dwarf galaxies for  $1.6 \cdot 10^6 M_\odot \gtrsim M_h \gtrsim M_{h,min} \simeq 3.10 \cdot 10^4 (2 \text{ keV}/m)^{\frac{16}{5}} M_\odot$ ,  $T_0 < 0.011$  K described by the quantum fermionic WDM regime with a steeper equation of state close to the degenerate state. In particular, the  $T_0 = 0$  degenerate or extreme quantum limit yields the most compact and smallest galaxy. All magnitudes in the diluted regime turn to exhibit square root of  $M_h$  **scaling** laws and are **universal** functions of  $r/r_h$  reflecting the WDM perfect gas behaviour in this regime. These theoretical results contrasted to robust and independent sets of galaxy data remarkably reproduce the observations. For the small galaxies,  $10^6 \gtrsim M_h \geq M_{h,min}$ , the equation of state is galaxy mass dependent and the density and velocity profiles are not anymore universal, accounting to the quantum physics of the self-gravitating WDM fermions in the compact regime (near, but not at, the degenerate state). It would be extremely interesting to dispose of dwarf galaxy observations which could check these quantum effects.

## Contents

|                                                                                                  |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>I. INTRODUCTION</b>                                                                           | 1  |
| <b>II. Galaxy structure in the WDM Thomas-Fermi approach</b>                                     | 4  |
| A. Galaxy properties in the diluted Boltzmann regime                                             | 9  |
| <b>III. Density and velocity dispersion. Universal and non-universal profiles</b>                | 14 |
| <b>IV. The equation of state of WDM Galaxies. Classical diluted and compact quantum regimes.</b> | 16 |
| <b>V. The dependence on the WDM particle mass in the diluted and quantum regimes</b>             | 20 |
| <b>References</b>                                                                                | 20 |

## I. INTRODUCTION

Dark matter (DM) is the main component of galaxies: the fraction of DM over the total galaxy mass goes from 95% for large diluted galaxies till 99.99% for dwarf compact galaxies. Therefore, DM alone should explain the main

---

\*Electronic address: devega@lpthe.jussieu.fr

†Electronic address: Norma.Sanchez@obspm.fr

# The Dark Matter distribution function and Halo Thermalization from the Eddington equation in Galaxies

H. J. de Vega <sup>(a,b)\*</sup> and N. G. Sanchez <sup>(b)†</sup>

<sup>(a)</sup> *LPTHE, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI), Sorbonne Universités, Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Tour 24, 5ème. étage,*

*Boite 126, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France.*

<sup>(b)</sup> *LERMA, CNRS UMR 8112, Observatoire de Paris PSL, Sorbonne Universités, UPMC Univ. Paris VI, 61, Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France.*

(Dated: October 1, 2015)

We find the distribution function  $f(E)$  for dark matter (DM) halos in galaxies and the corresponding equation of state from the (empirical) DM density profiles derived from observations. We solve for DM in galaxies the analogous of the Eddington equation originally used for the gas of stars in globular clusters. The observed density profiles are a good realistic starting point and the distribution functions derived from them are realistic. We do not make any assumption about the DM nature, the methods developed here apply to any DM kind, though all results are consistent with Warm DM (WDM). With these methods we find: (i) Cored density profiles behaving quadratically for small distances  $\rho(r) \stackrel{r \rightarrow 0}{\approx} \rho(0) - K r^2$  produce distribution functions which are finite and positive at the halo center while cusped density profiles always produce divergent distribution functions at the center. (ii) Cored density profiles produce approximate thermal Boltzmann distribution functions for  $r \lesssim 3 r_h$  where  $r_h$  is the halo radius. (iii) Analytic expressions for the dispersion velocity and the pressure are derived yielding at each halo point an ideal DM gas equation of state with local temperature  $T(r) \equiv m v^2(r)/3$ .  $T(r)$  turns to be constant in the same region where the distribution function is thermal and exhibits the same temperature within the percent. The self-gravitating DM gas can thermalize despite being collisionless because it is an ergodic system. (iv) The DM halo can be consistently considered at local thermal equilibrium with: (a) a constant temperature  $T(r) = T_0$  for  $r \lesssim 3 r_h$ , (b) a space dependent temperature  $T(r)$  for  $3 r_h < r \lesssim R_{virial}$ , which slowly decreases with  $r$ . That is, the DM halo is realistically a collisionless self-gravitating thermal gas for  $r \lesssim R_{virial}$ . (v)  $T(r)$  outside the halo radius nicely follows the decrease of the circular velocity squared.

## Contents

|                                                                                                 |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>I. INTRODUCTION</b>                                                                          | 2  |
| <b>II. The Eddington equation for Dark Matter in Galaxies</b>                                   | 5  |
| A. Velocity dispersion and Equation of state                                                    | 7  |
| B. The distribution function behaviour near the halo center for cored profiles                  | 8  |
| C. The distribution function behaviour near the halo center for cusped profiles                 | 9  |
| <b>III. The DM Distribution Function in Galaxies from Empirical halo cored density profiles</b> | 11 |
| A. The Galaxy Halo Mass and Scaling Relations                                                   | 13 |
| B. The Dark Matter Potential Energy                                                             | 14 |
| C. The resulting distribution function from the Eddington equation turns to be locally thermal. | 14 |
| D. The Pauli bound on the distribution function                                                 | 18 |
| <b>IV. The Halo Dark Matter equation of state</b>                                               | 18 |
| A. Polytropic behaviour of the equation of state                                                | 20 |
| <b>V. Galaxy Halos turn to be in approximate Local Thermal Equilibrium</b>                      | 20 |
| <b>Acknowledgments</b>                                                                          | 23 |

---

\*Electronic address: devega@lpthe.jussieu.fr

†Electronic address: Norma.Sanchez@obspm.fr

# Galaxy phase-space density data exclude Bose-Einstein condensate Axion Dark Matter

H. J. de Vega <sup>(a,b)\*</sup> and N. G. Sanchez <sup>(b)†</sup>

<sup>(a)</sup> *LPTHE, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI), Sorbonne Universités, Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Tour 24, 4ème. et 5ème. étage, Boite 126, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France.*

<sup>(b)</sup> *Observatoire de Paris, LERMA. Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112, 61, Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France.*

(Dated: August 14, 2015)

Light scalars (as the axion) with mass  $m \sim 10^{-22}$  eV forming a Bose-Einstein condensate (BEC) exhibit a Jeans length in the kpc scale and were therefore proposed as dark matter (DM) candidates. Our treatment here is generic, independent of the particle physics model and applies to all DM BEC, in or out of equilibrium. Two observed quantities crucially constrain DM in an inescapable way: the average DM density  $\rho_{DM}$  and the phase-space density  $Q$ . The observed values of  $\rho_{DM}$  and  $Q$  in galaxies today, constrain both the possibility to form a BEC and the DM mass  $m$ . These two constraints robustly exclude axion DM that decouples just after the QCD phase transition. Moreover, the value  $m \sim 10^{-22}$  eV can only be obtained with a number of ultrarelativistic degrees of freedom at decoupling in the trillions which is impossible for decoupling in the radiation dominated era. In addition, we find for the axion vacuum misalignment scenario that axions are produced strongly out of thermal equilibrium and that the axion mass in such scenario turns to be 17 orders of magnitude too large to reproduce the observed galactic structures. Moreover, we also consider inhomogenous gravitationally bounded BEC's supported by the bosonic quantum pressure independently of any particular particle physics scenario. For a typical size  $R \sim$  kpc and compact object masses  $M \sim 10^7 M_\odot$  they remarkably lead to the same particle mass  $m \sim 10^{-22}$  eV as the BEC free-streaming length. However, the phase-space density for the gravitationally bounded BEC's turns to be more than sixty orders of magnitude smaller than the galaxy observed values. We conclude that the BEC's and the axion cannot be the DM particle. However, an axion in the mili-eV scale may be a relevant source of dark energy through the zero point cosmological quantum fluctuations.

Deciphering the nature of dark matter (DM) is nowadays one of the most active domains in astrophysics, cosmology and particle physics. DM particles with mass  $m$  below the eV (HDM-hot DM) are ruled out because their too large Jeans lengths exclude the formation of the observed galaxies. There is a way out for scalar particles if they form Bose-Einstein condensates (BEC) where the Jeans length can be estimated as [1, 2]

$$\lambda_J \sim 4 \sqrt{\frac{10^{-22} \text{ eV}}{m}} \text{ kpc} \simeq 1.2 \times 10^{17} \sqrt{\frac{10^{-22} \text{ eV}}{m}} \text{ km} . \quad (1)$$

Hence, in BEC dark matter one should have

$$m \sim 10^{-22} \text{ eV} \quad (2)$$

in order to reproduce the observed galactic structures. The same requirement but for non-BEC dark matter gives  $m$  in the keV scale, that is warm dark matter [3].

BEC of alkali atoms, BEC of molecules and BEC of magnons have been observed experimentally in the laboratory [4].

After decoupling, the DM distribution function  $f_d$  freezes out and is a function of the covariant momentum  $p$ . We consider generic distribution functions out of thermal equilibrium or thermal. The specific form of  $f_d$  in the non-thermal cases depends on the details of the interactions before decoupling. Our treatment applies to any shape of  $f_d$  and is valid for any particle physics model. For convenience and without losing generality, we choose  $f_d$  as a function of  $p/T_d$ :  $f_d(p/T_d)$ , where  $T_d$  is the covariant decoupling temperature.

In a BEC a sizeable fraction of the particles is in the zero momentum state while the rest is on excited states. We call  $\rho_0$  the zero-momentum comoving contribution to the mass density. The contribution from the excited states  $\rho - \rho_0$  follows as usual by integrating the distribution function. When the particles became nonrelativistic, we thus

---

\*Electronic address: Corresponding Author: devega@lpthe.jussieu.fr

†Electronic address: Norma.Sanchez@obspm.fr

# Dark matter in galaxies: the dark matter particle mass is about 7 keV \*

H. J. de Vega <sup>(a)†</sup> and N. G. Sanchez <sup>(b)‡</sup>

<sup>(a)</sup> *LPTHE, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI),  
Laboratoire Associé au CNRS UMR 7589, Tour 13, 4ème. et 5ème. étages,  
Boite 126, 4, Place Jussieu, 75252 Paris, Cedex 05, France.*

<sup>(b)</sup> *Observatoire de Paris, LERMA. Laboratoire Associé au CNRS UMR 8112.  
61, Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France.*

(Dated: July 3, 2015)

Warm dark matter (WDM) means DM particles with mass  $m$  in the keV scale. For large scales, (structures beyond  $\sim 100$  kpc) WDM and CDM yield identical results which agree with observations. For intermediate scales, WDM gives the correct abundance of substructures. Inside galaxy cores, below  $\sim 100$  pc,  $N$ -body WDM classical physics simulations are incorrect because at such scales quantum WDM effects are important. WDM quantum calculations (Thomas-Fermi approach) provide galaxy cores, galaxy masses, velocity dispersions and density profiles in agreement with the observations. For a dark matter particle decoupling at thermal equilibrium (thermal relic), all evidences point out to a 2 keV particle. Remarkably enough, sterile neutrinos decouple out of thermal equilibrium with a primordial power spectrum similar to a 2 keV thermal relic when the sterile neutrino mass is about 7 keV. Therefore, WDM can be formed by 7 keV sterile neutrinos. Excitingly enough, Bulbul et al. (2014) announced the detection of a cluster X-ray emission line that could correspond to the decay of a 7.1 keV sterile neutrino and to a neutrino decay mixing angle of  $\sin^2 2\theta \sim 7 \cdot 10^{-11}$ . This is a further argument in favour of sterile neutrino WDM. Baryons, represent 10% of DM or less in galaxies and are expected to give a correction to pure WDM results. The detection of the DM particle depends upon the particle physics model. Sterile neutrinos with keV scale mass (the main WDM candidate) can be detected in beta decay for Tritium and Radium and in the electron capture in Holmium. The sterile neutrino decay into X rays can be detected observing DM dominated galaxies and through the distortion of the black-body CMB spectrum.

So far, **not a single valid** objection arose against WDM.

## Contents

|                                                                                                 |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>I. Introduction</b>                                                                          | 2  |
| <b>II. Quantum Dark Matter physics in Galaxies</b>                                              | 3  |
| A. WDM Quantum pressure vs. gravitational pressure in compact galaxies                          | 4  |
| <b>III. Quantum fermionic WDM gives the correct galaxy properties and cored galaxy profiles</b> | 5  |
| <b>IV. WDM gives the correct abundance of substructures</b>                                     | 12 |
| <b>V. Detection of keV mass Sterile Neutrinos</b>                                               | 13 |
| <b>VI. Sterile neutrinos and CMB fluctuations</b>                                               | 15 |
| <b>VII. Detection of a 3.56 keV X-ray line in galaxy clusters</b>                               | 15 |
| <b>VIII. Future Perspectives and Sterile Neutrino Detection</b>                                 | 15 |
| <b>References</b>                                                                               | 17 |

---

\* Based on Lectures given by H J de V at NuMass 2013, Milano-Bicocca, February 2013; at Cosmic Frontiers, SLAC, March 2013 and by H J de V and N G S at the Chalonge Torino Colloquium 2013, April 2013 and The Paris Chalonge Colloquium July 2014

†Electronic address: devega@lpthe.jussieu.fr

‡Electronic address: Norma.Sanchez@obspm.fr