Ecole internationale d'astrophysique Chalonge-De Vega
Sessions interdisciplinaires de culture scientifique
Paris

Helios JAIME
Épistémologue de sciences
Chercheur en linguistique
Dr en Littérature comparée
Sorbonne

La quête de l'infini

L'accélération de l'univers et le développement de la vie posent l'une des problématiques fondamentales mettant en relation la science avec la philosophie: l'idée d'infini. Bien que la conception de l'infini puisse être mise en relation avec certaines données fournies par l'observation des phénomènes cosmiques, voire biologiques, elle n'est pas fondée sur l'expérience. En fait, l'infini dépasse les limites connues de l'espace et du temps.

Bien que mon propos ne soit pas de faire une description historique de cette problématique qui est toujours actuelle, il me semble important de signaler que l'idée d'infini est bien ancienne. Pour ce faire, je vais employer ma théorie idéo-sémantique. D'une manière succinte, ma théorie envisage l'expression linguistique des idées non comme des concepts abstraits mais comme les combinaisons physiologiques des images psychiques qui énoncent linguistiquement la vision de l'homme et du cosmos.

L'idée d'infini avait été proposée en Grèce, au VIe siècle avant notre ère, par un philosophe présocratique, Anaximandre. Il qualifiait quelque chose ou un être d'infini par le mot 'άπειρος (ápeiros). Je donne le nominatif masculin de cet adjectif mais il est plus connu par sa forme neutre, απειρον (apeiron). Ce mot est construit à partir de la particule négative α et du nom πέρας (péras) qui désigne la limite mais aussi tout ce qui a un commencement et une fin, c'est-à-dire que *péras* signifie également ce qui est périssable. Cependant, selon une perspective idéo-sémantique, plus que nier ce qui est limité, dans le cas d'*απειρον*, la particule α fonctionne comme un préfixe qui donne un nouveau sens : l'affirmation ontique d'une existence qui n'est pas sujette aux contingences de ce qui est limité ou périssable.

C'est pourquoi, pour Anaximandre, l'infini a la puissance de générer des êtres. Cependant, l'hypothèse bien originale de ce philosophe présocratique ne donne pas de réponse à des questions sur la nature de l'infini.

Toutefois, ce qui est fort intéressant, est le fait que les philosophes et astronomes grecs, notamment Aristote, ne sont pas éblouis par l'immensité incommensurable du cosmos, en revanche, ils s'intéressent à la régularité du mouvement des astres. Il est vrai que certains corps célestes, comme la planète Vénus ou l'étoile de la constellation de l'ours qui indique le nord, se présentent d'une manière régulière. Cette régularité est interprétée comme une conformation des composants de l'univers qui est certes dynamique, mais stable. Les étoiles sont fixes et gardent une symétrie entre elles. On peut dire que pour Aristote la poblématique de l'existence de l'infini n'est pas posée.

Au Moyen Âge, certains théologiens, comme Richard de Saint Victor, avaient mis en relation l'idée d'infini avec l'ubiquité de Dieu car son existence, en comprenant toutes les directions, s'etend à l'infini. Mais, comment réconcilier l'homme et le monde qui sont finis avec la connaissance d'un Être infini? Il fallait d'abord trouver une relation entre le fini et l'infini. C'est ce que va essayer de faire le dominicain Richard Fishacre (1208-1248) qui est aussi professeur à Oxford. Pour trouver une relation entre l'infini et le fini, Fischacre veut démontrer que le caractère d'infini est le propre de la nature divine tandis que les créatures ne seraient que le reflet limité de son infinitude.

Dans la suite de cette recherche des relations entre ces deux notions qui se présentent comme étant opposées, on trouve un autre prêtre savant, Henri de Harclay (1270-1317). Il pense qu'il y a une une correspondance entre l'expansion du monde et les propriétés de l'infini. On peut dire qu'à partir de la deuxième moitié du XIIIe siècle la notion d'infini fait partie des études théologiques mais aussi des approches scientifiques.

Toutefois, les savants médiévaux pensent que les questions sur l'infini peuvent également avoir une réponse mathématique. Le fait qu'une série harmonique infinie de termes décroissants tel que 1/1 + ½ + 1/3 + ¼ + 1/5 + … + 1/N rende explicite une somme infiniment grande avait été démontré, au XIVe siécle, par le prêtre Nicole Oresme. Ce qui est fort intéressant c'est que cette série peut être appliquée à des phénomènes métérorologiques ou maritimes[1], c'est-à-dire aux phénomènes qui peuvent

[1] Voir John D. Barrow, *Une brève histoire de l'infini*, chapitre 4,Robert Laffont, Paris, 2008, p. 74.

être aléatoires.

Or, l'un des contemporain d'Oresme est Albert de Saxe (1316-1390) qui est aussi professeur à l'université de Paris de 1351 à 1362. Il sera nommé recteur de l'université de Vienne en 1365 et un an plus tard, il deviendra l'évêque d'Halbestadt. Ce prêtre mathématicien et philosophe écrit un livre fort intéressant, *Sophismata*.

Toutefois, il ne faut pas confondre le terme *sophismata* avec le mot *sophisme* qui peut désigner un raisonnement apparement correct mais qui, étant basé sur une hypothèse erronée, arrive à une conclusion certes logique mais fausse. Les *sophismata*, en revanche, sont des sortes de paradoxes ou des questions qui admettent plusieurs réponses suscitant des interprétations logiques qui peuvent contribuer à établir des connaissances nouelles.

Dans son traité, Albert de Saxe trouve une réponse au postulat d'Aristote qui soutient qu'il ne peut pas exister un ensemble infini car cela signifierait qu'il peut avoir des sous-ensembles également infinis, c'est-à-dire que la partie serait également infinie, conclusion qu'il considère absurde. Mais, Albert de Saxe prouve que d'un infini on peut construire un autre infini. Pour cela, il imagine une barre en bois de longueur infinie. Si l'on la coupe en morceaux suivant une progression grandissante des unités des côtés, on peut construire un cube qui grandit d'une manière infinie.

Cependant, l'idée de l'infini va avoir un développement plus systèmatique au XVe siècle grâce à l'apport de Nicolas de Cue.

L'infini chez Nicolas de Cues

Ce cardinal-philosophe est né en 1401 à Cue sur la Moselle. Il a fait des études de droit et de mathématique à Padoue et de théologie à Cologne. Cependant, Cue est également un diplomate. En 1437 il est envoyé à Constantinople pour une mission importante : l'union des Églises d'Occident et d'Orient. En 1448, il est désigné comme cardinal par le Pape et, en 1450, il est nommé évêque de Britten. Il est décédé en 1464. Il est l'auteur de traités où il montre son intérêt dans divers domaines : *De concordantia catholica*, *De visione Dei*, *De ludo globie*. L'année même où il est ordonné prêtre, 1440, il écrit un traité fort intéressant et original dont le titre paradoxal, *Docte Ignorance*, ne laisse pas de suggérer les problématiques épistémologiques que la science se pose tout au long de son histoire : le savoir tout en éclairant des énigmes en trouve d'autres.

Dans sa *Docte Ignorance*, Cue expose sa conception de l'infini qui se dégage des approches de la connaissance de Dieu. Dieu est infini, l'homme est fini. Mais, le Dieu Rédempteur réunit l'infini et le fini. Cependant, l'homme a des connaissances. Celles-ci présentent trois degrés qui vont des sensations à la raison (ratio) et à l'intellect (intellectus). La première donne des images du monde qui sont analysées par la raison, mais, c'est l'intellect qui réflechit et juge les concepts de la raison. C'est par l'intellect que l'homme prend conscience qu'il existe une unité entre les différents éléments du monde, ce qui peut être exprimé par la formulation latine : *Deus implicatio omnium*. Cette unité suprême relève d'une coïncidence de tout ce qui apparaît comme opposé.

Ainsi, Dieu étant la coïncidence des contraires se manifeste également à travers eux. Le déploiement de la diversité des éléments matériels et des êtres vivants dans le monde est l'explication donnée par Dieu, *explicatio Dei*. Cette explication est interprétée par l'homme qui, tout en prenant conscience de ses limites, essaye de se rapprocher de l'infini divin car Dieu, qui est invisible, en se manifestant dans tous les phénomènes du monde, devient visible pour l'intellect. Cependant, la science ne pouvant pas atteindre l'infini devient la *Docte ignorance*.

Or, l'infini est la synthèse de toutes les grandeurs opposées. En effet, les notions de petit et de grand ne sont valables que pour les objets qui sont limités. Dans l'étendue infinie, ce qui est petit rejoint ce qui est grand, par conséquent, dans l'infini ces notions perdent leurs sens. Même les objets géométriques apparemment opposés, comme la courbe et la droite, trouvent leur synthèse dans l'infini. Cette vision de l'infini peut être, en quelque sorte, mise en relation avec les critères scientifiques d'aujourd'hui sur l'infiniment petit et l'infiniment grand.

Toutefois, cette convergence vers l'infini relève d'une vision plutôt relativiste de l'univers. Étant donné qu'il n'y aurait pas un centre proprement dit, on peut considérer que le mouvement des astres dépend de l'observateur. D'ailleurs, en opposition à certaines interprétations cosmologiques médiévales qui établissent une catégorie pour ainsi dire éthique des corps célestes, le Soleil, par sa propriété de répandre la lumière, serait plus noble que la Terre, Cue affirme que la relation existant entre les astres ne dépend point de l'importance de la perfection qu'on peut attribuer à certains d'entre eux. D'ailleurs, il pense qu'il n'y a pas de formes parfaites. Celles-ci ne seraient que des abstractions mathématiques ou géométriques.

À ce propos, l'historien des religions et épistémologue Alexandre Koyré dit : « dans l'Univers de Nicolas de Cue, infiniment riche, infiniment divers et organiquement lié ensemble, il n'y a pas de centre de perfection par rapport auxquels le reste de l'Univers devrait jouer un rôle subordonné ; au contraire, c'est en étant eux-mêmes et en assumant leurs propres natures que les différents composants de l'Univers contribuent à la perfection du tout »[2].

L'infini de la raison et l'infini absolu

Dans cette recherche sur l'infini, on trouve la théorie d'un grand philosophe et scientifique, Blaise Pascal. Elle porte sur l'infini de grandeur et l'infiniment petit. Sa réflexion est fondée sur le principe d'une unité originaire créatrice : « Deus fecit omnia in pondere, in numero et mensura »[3]. C'est par cette unité première que toutes les choses présentent des propriétes communes et entretiennent des relations entre elles. Ainsi, la recherche du savoir s'ouvre à l'horizon de «deux infinités qui se rencontrent dans toutes : l'une de grandeur, l'autre de petitesse »[4].

Pascal soutient qu'on peut toujours ajouter une grandeur à une autre jusqu'à l'infini. De même, on peut la diminuer sans en trouver une qui ne puisse être encore divisible. L'espace aussi peut être élargi jusqu'à l'infini ou peut être réduit sans jamais atteindre une limite. Cette propriété de l'infiniment grand et de l'infiniment petit on la retrouve également dans le temps et, par conséquent, dans le mouvement : « quelque prompt que soit un mouvement, on peut en concevoir un qui le soit davantage, et hâter encore ce dernier ; et ainsi toujours à l'infini »[5]. De même, on peut concevoir un " degré de lenteur qu'on ne puisse encore en descendre à une infinité d'autres, sans tomber dans le repos ». Cette dernière hypothèse pourrait-elle être une sorte de prémonition des unités infiniment petites de longueurs du temps et de l'espace dites de Planck? Certes, elles sont déterminées par des critères physiques qui n'existaient pas à l'époque de l'auteur des *Pensées*, c'est-à-dire, l'association de la vitesse de la lumière C à la constante de gravité de Newton G et à la constante de Planck. Ainsi, la longueur minimale approximative est de 10 à la puissance négative 33 de cm, et le temps minimale approximatif est 10 à la puissance négative 43 de seconde.

D'après les théories actuelles, si l'on voulait continuer à enquêter sur la

---

[2] Alexandre Koyré, *Du monde clos à l'univers infini*, Gallimard, Paris, 1973, pp. 33-34.
[3] Pascal, *Opuscules*, 3ème partie, XV *De l'esprit géométrique*, Hachette, Paris, 1912 p. 173.
[4] Ibidem, p. 174.
[5] Ibidem.

nature de l'espace et du temps au-delà de ces dimensions quasi infiniment petites, le temps et l'espace éprouveraient une transformation gravitationnelle quantique dont la structure deviendrait incompréhensible. Cependant, au nom du progrès scientifique, qui est jalousement soutenu par les partisans d'une approche matérialiste de la science, sauf quand les découvertes vont à l'encontre de leurs axiomes, on peut se demander pourquoi on doit obligatoirement se limiter pour toujours à ces chiffres ? Dans l'avenir, ne pourrait-il éclore une autre théorie capable de surmonter ces limites, voire de donner d'autres perspectives de l'espace et du temps?

Bien que les infinis, celui de l'infiniment grand et celui de l'infiniment petit, soient par leur nature infiniment différents, Pascal pense qu'il existe une relation entre eux : «ces deux infinis, quoique infiniment différents, sont néanmoins relatifs l'un à l'autre, de telle sorte que la connaissance de l'un mène nécessairement à la connaissance de l'autre »[6]. Ainsi, Pascal arrive à la conclusion que si un espace « peut être infiniment prolongé, il s'ensuit qu'il peut être infiniment diminué »[7].

Quoi qu'il en soit, Pascal distingue la position de l'homme qui est fini entre les infinis. « Qu'est-ce qu'un homme dans l'infini ? » Se demande-t-il. En quelque sorte, l'homme participe aux perspectives de ces infinis. Bien que sa dimension soit imperceptible dans la grandeur de l'univers, il apparaît, en même temps, comme un immense géant face à l'infiniment petit. Certes, il a l'intution de leur existence mais il n'arrive point à les cerner. Toutefois, ces deux infinis sont un défi à la connaissance. Ils poussent l'homme à la recherche sans fin des secrets de la nature : « C'est ainsi que nous voyons que toutes les sciences sont infinies en l'étendue de leurs recherches »[8].

Or, rappelons-nous que les découvertes scientifiques sont souvent accompagnées de la révélation de nouvelles énigmes. Ainsi, même si les connaissances scientifiques avancent sans cesse, elles sont toujours limitées. Mais le défi de connaître ce qui est inconnu pousse les scientifiques à la créativité. Ce qui montre bien l'actualité de la pensée de Pascal.

Toutefois, cette quête qui recommence, qui continue sans cesse et qui est spécifique de la nature de l'homme, peut éveiller en lui la prémonition que les infinis se rencontrent en Dieu. C'est pourquoi, dans certains cas, la recherche du savoir peut conduire à la découverte de l'œuvre révélatrice

---

[6] Ibidem, p. 183.
[7] Ibidem.
[8] *Pensées*, 72, p. 351.

de Dieu.

L'interprétation de Leibnitz

Tout en remettant en question la relativité de l'infini, Leibniz rejoint cependant l'idée de Pascal sur l'absolu de l'infini en Dieu comme on peut le voir dans son livre qui a été écrit en français, *Nouveaux essais sur l'entendement humain* (1704) pour répondre aux propos que Locke expose dans son *Essay concerning human understanding* (1690). Le titre de l'ouvrage anglais éclaire la signification de l'adjectif *nouveaux* introduit par le philosophe allemand. Dans cet ouvrage, Leibniz soutient que même s'il peut y avoir une infinité des choses dont la multiplicité est inépuisable, l'nfini ne fait pas partie de la réalité proprement dite car il ne qu'un terme qui n'a pas de signification par lui-même mais par rapport à d'autres, c'est-à-dire, une syntacatégorématique[9] qui désigne une abstraction mathématique : « il n'y a point de nombre infini ni de ligne ou autre quantité infinie (…) Les écoles ont voulu ou dû dire cela, en admettant un infini syncatégorématique (…) et non pas l'infini catégorématique »[10]. En fait pour lui, « Le vrai infini à la rigueur n'est que dans l'*absolu*, qui est antérieur à toute composition, et n'est point formé par l'addition des parties »[11].

Leibniz pense que plus que sur la quantité, l'étendue de l'infini est fondée sur le principe de similitude. Voici son argumentation : « Prenons une ligne droite et prolongeons-la, en sorte qu'elle soit le double que la première.

Or, il est clair que la seconde droite étant parfaitement semblable à la première, peut être doublée de même pour avoir la troisième qui est encore semblable aux précédentes ; et la même raison ayant toujours lieu, il n'est jamais possible qu'on soit arrêté, ainsi la ligne peut être prolongée à l'infini, de sorte que la considération d'infini vient de celle de similitude »[12].

En fait, le critère employé par Leibniz pour représenter géométriquement l'infini relève plus de l'addition de segments ayant la même taille que du prolongement d'une droite. Cette notion semble contredire le principe du

---

[9] Le terme *syncatégorématique* fait partie du lexique logique et désigne un mot qui n'a pas une signification par lui-même mais mis en relation avec d'autres il peut étendre ou restreindre leur signification tandis que *catégorématique* désigne les termes qui par eux-mêmes ont une signification. Les scolastiques considéraient les noms et les verbes comme catégorématiques.

[10] *Nouveaux essai sur l'entendement humain,* Granier-Flammarion, Paris, 1966, p. 132.

[11] Ibidem, p. 133, le mot en italique se trouve dans l'original.

[12] Ibidem, p.133

philosophe et mathématicien allemand qui soutient que l'infini n'est pas le résultat d'une addition inépuisable.

On peut résoudre cette antinomie si l'on tient compte du fait que pour développer à l'infini une droite on n'a pas besoin de l'addition. Il suffit que les points qui la constituent s'écartent les uns des autres à l'infini. Ainsi, le nombre de points reste le même mais la droite s'étend à l'infini. Cependant, supposons que la droite, tout en se prolongeant à l'infini, garde le même nombre de points. Si le nombre de points est fini, une sorte de paradoxe est posé car, dans ce cas, on peut concevoir l'infini à partir du fini. Tout cela permet de supposer que pour comprendre l'infini il faut l'envisager suivant une vision qualitative.

En fait, la conception quantitative de l'infini peut aboutir à des contradictions. Dans une série S dite infinie comme celle constituée par l'alternance successive de 1 et –1 on a, $S = 1-1 + 1-1 + 1-1 + 1-1 + 1-1 \ldots$
Mais, si on veut trouver un résultat à S, on peut procéder de la manière suivante, $S = (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) = 0 + 0 + 0 + 0\ldots$ donc $S = 0$.
Voyons un autre procédé: $S = 1 + (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + \ldots = 1$ donc $S = 1$.

Dans un cas comme dans l'autre, le postulat quantitatif qui considère S comme infinie non seulement se heurte à la contradiction qu'un infini à un résultat fini mais encore aboutit à un absurde, car, $S = 0$ mais également $S = 1$! Voilà une des raisons pour lesquelles on peut envisager l'infini suivant une vision non quantitative mais qualitative

C'est pourquoi, l'homme, qui est fini, peut concevoir l'infini autrement que par la répétition successive et quantitative des signes mathématiques ou des phénomènes, il peut y parvenir par le développement qualitatif de ses pensées et par sa recherche de la transcendance.

L'intuition de l'infini

Dans cette quête de l'infini, nous trouvons un grand philosophe italien, dont les idées, fondées sur une profonde intuition, vont bouleverser la conception de l'univers, son nom est Giordano Bruno (1548-1600).

Il expose sa théorie notamment dans ses traités écrits en forme dialoguée, *De la causa*, *principio e uno* (Sur la cause, le principe et l'un) et *De l'infinito, universo e mondi* (Sur l'infini, l'univers et les mondes) qui sont publiés lors de son séjour à Londres en 1584 et dédiés à l'ambassadeur de

France, Michel de Castelnau.

Pour Bruno, la matière peut prendre des formes diverses et infinies. Ainsi, à travers la multiplicité des phénomènes, elle garde son unicité: “La materia, variandosi in infinito e succedendo l’una all’altra le forme, è sempre una materia medesima”[13].

Cependant, dans l’action infinie de la matière, il distingue deux catégories: la puissance de faire et la puissance d’être fait. De la distinction de ces deux catégories on peut déduire qu’il existe un principe qui a la puissance de donner forme à la matière. Mais, on ne peut pas avoir accès à la connaissance de ce principe qui est “primo e ottimo principio” (le principe primordial et optimun) que par les vestiges ou traces de son action. En effet, l’homme peut exister, les êtres vivants mais il n’est pas tout ce qui existe, en revanche, le principe qui se manifeste d’une manière infinie, comprend tout ce qui peut être, le vivant et l’inanimé, non seulement dans le présent mais aussi dans l’avenir. Ainsi, ce principe qui est Dieu, ne conforme pas la matière de l’extérieur mais à l’intérieur d’elle même.

D’une certaine manière, la pensée de Bruno sur l’action du principe qui est universelle et infinie présente des analogies avec l’énergie qui en agissant à l’intérieur de la matière, la transforme en multiples formes dont l’expansion configure l’univers. Pour mieux comprendre le pouvoir créatif de la pensée de Bruno, il faut se rappeler que sa théorie a été conçu sans avoir recours à aucun moyen technique d’observation astronomique. Galilée n’avait pas encore présenté sa célèbre lunette.

La problématique posée par Giordano Bruno sur l’infini universel reprend de nos jours sa vigueur. Le vaste univers observable ou plutôt calculable par des modéles astrophysiques, serait composé par cent milliards de galaxies. Mais cet univers ne représente qu’une partie de l’Univers dans lequel s’étendent des autres galaxies sur des milliards et milliards d’années lumière... Certains astrophysiciens pensent que l’Univers n’a pas de limites et par conséquent il serait infini. Et cela confirmerait l’hypothèse formulée par le philosophe italien vers la fin du XVIe siècle!

Toutefois, on ne peut pas vérifier scientifiquement si l’Univers est vraiment infini, car il faudrait préciser les fluctuations depuis son origine d’une manière infinie! Cette antinomie relance en quelque sorte la question à laquelle Bruno ne donne pas une explication scientifique :

[13] Je donne sa traduction: “La matière qui change à l’infini en se succédant d’une forme à une autre, est toujours la même matière”.

comment est-il possible de mettre en relation le fini et l'infini?

La corrélation fini-infini

Or, cette sorte de paradoxe a été l'objet d'une théorie physique tirée du principe gravitationnel de Newton mais appliqué à plus de quatre masses. La séparation des paires de masses deviendrait infiniment grande. On pensait que le temps de cette séparation serait également infini. Cependant, le physicien Jeff Xia a formulé une hypothèse qui peut présenter de nouvelles perspectives: bien que les paires de masses puissent s'éloigner les unes des autres à l'infini, le temps de leur écartement serait fini.

L'une des explications de cette hypothèse singulière est fournie par le mathématicien anglais John D. Barrow : « Nous avons quatre masses égales formant deux systèmes doubles en orbite avec des vitesses de rotation égales mais opposées de sorte que la rotation globale est nulle. Leurs plans orbitaux sont parallèles. Puis Xia introduit un objet plus léger qui oscille le long d'une ligne passant par le centre des deux paires. Chaque fois que la petite masse rencontre l'influence de l'une des deux paires de masses plus lourdes, cela crée une petite situation à trois corps et elle reçoit une forte impulsion vers l'arrière tout comme notre balle de ping-pong tandis que les paires ont des orbites légèrement plus proches entre elles. Xia a montré que ce processus continuait par des va-et-vient et que les paires de particules s'éloignent les unes des autres alors que la petite masse oscille entre elles à une vitesse toujours plus grande. Chose remarquable, la distance maximale entre les particules devient infiniment grande en un temps fini »[14]. Mais, il arrive à la conclusion « que les conditions de départ nécessaires pour obtenir cela sont extraordinairement improbables »[15].

Quoi qu'il en soit, dans l'hypothèse que nous venons de voir, la relation fini-infini n'est pas donnée par la même espèce, espace fini → espace infini, ou, temps fini → temps infini, mais par des catégories différentes mises en relation en proportion inverse: l'espace deviendrait infini tandis que le temps resterait fini. Cependant, dans le cas de la droite qui se prolonge à l'infini par l'écartement à l'infini de ses points en nombre fini, c'est dans la même catégorie de l'espace que l'on peut concevoir un infini à partir d'un fini.

[14] John D. Barrow, *Une brève histoire de l'infini*, Robert Laffont, Paris, 2008, p. 238.
[15] Ibidem.

La problématique de la relation infini-fini touche aussi la créativité sémiotique: comment représenter l'infini par un signe qui ne soit pas un mot? Bref, comment trouver un signe qui puisse être intégré dans le langage logique et mathématique et en même temps que sa forme finie soit le signifiant de l'infini?

L'origine du signe ∞

L'énoncé mathématique de l'infini avait été formulé au XVIe siècle par le mathématicien français François Viète (1540-1603). Pour trouver la valeur de π, il emploie le produit infini, c'est-à-dire, un produit de nombres infinis qui suivent un modèle établi:

$$\frac{2}{\pi} = \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}} \times \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}\ldots$$

Cependant, le signe qui désigne en mathématique l'infini, ∞, a été introduit par un prêtre anglais John Wallis qui fut contemporain de Pascal, il fut ordonné en 1640, mais, par la durée de sa vie, il est né en 1616 et est mort en 1703, il l'est aussi de Leibniz. En 1649, Wallis est nommé professeur de géométrie à Oxford, mais il s'intéresse également à la linguistique, il écrit une grammaire de la langue anglaise, *Grammatica Linguæ Anglicana*, où il fait une étude remarquable sur la structure phonétique de cette langue. En contribuant, en 1660, à la fondation de la *Royal Society of London for the Improvenent of Natural Knowledge*, il se distingue également par son apport aux institutions scientifiques

John Wallis

C'est dans la première partie de son livre écrit en latin *De Sectionibus*

Conicis (Sur les sections coniques) qu'il introduit le signe ∞ pour désigner les nombres infinis. Voici le texte où apparaît ce signe: « **esto enim** ∞ **nota numeri infinitis** omnium simul altitudo aequalis altitudini figuræ »[16].

Je me limite à traduire la notion qui nous intéresse: "**enim** ∞ **nota numeri infinitis"** qui signifie**: "**en effet, ∞ est la notation des nombres infinis". Bien que le signe ∞ soit attesté dans le traité de Wallis, on n'a pas des preuves exhaustives pour affirmer qu'il fut son inventeur. Toutefois, ce mathématicien était prêtre et il est possible qu'il ait pu s'inspirer du principe que le Christ est le commencement et la fin de tout ce qui existe symbolisé par les lettres grecques α et ω : ἐγώ εἰμι τὸ **ἄλφα** καὶ τὸ **ὦ** (je suis le commencement et la fin). Mais, dans le christianisme, la fin en rejoignant le commencement n'est pas le néant mais l'achèvement de cycles, c'est-à-dire que la fin d'un cycle implique le commencement d'un autre, et d'un autre… ainsi de suite à l'infini.

Or, si l'on prolonge le tracé du graphème **ω** en lui faisant tourner 180º et en unissant ses extrêmes on a: **ω**, d'où, suivant l'écriture cursive des graphèmes, on parvient au signe ∞**.** Ainsi, le symbole pourrait représenter également la fin qui retrouve le principe créateur. Toutefois, il est intéressant d'observer que ce dernier signe présente une forme toute proche de la courbe dite *lemniscate* qui est une courbe plane ayant la forme d'un huit. Elle fait partie de la famille des ovales dont la description a été précisée, vers 1680, par un autre contemporain de John Wallis, Giovanni Domenico Cassini. Le mot désignant cette sorte de courbe procède, à travers le latin *lemniscatus* (orné de ruban), du grec ληµνισκος (lēmniskos) nom qui désigne un ruban. Par sa forme, en partant de n'importe quel point, on peut parcourir cette courbe à l'infini:

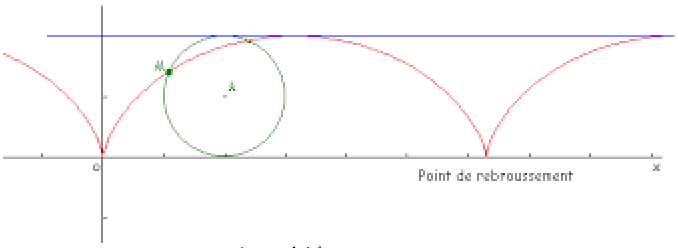
Elle était connue des géomètres grecs. En effet, le géomètre grec **Persée,** IIIe siècle av. J.-C., qui avait fait des études sur les coniques, l'avait

16 John Wallis, *De Sectionibus conicis*, Typis Leon : Lichfield Acadtypographi Impresis Tho. Robinson Anno 1655, p. 4.

analysée. Rappelons-nous que Wallis trouve le signe d'infini ∞ en étudiant précisément les coniques. D'ailleurs, le fait que cette courbe soit désignée par le mot grec λημνισκος (lēmniskos) permet de supposer que la forme du symbole ∞ a pu être obtenue à partir de la lettre grecque ω et explique également qu'il ne soit pas vertical mais horizontal, permettant ainsi de le distinguer nettement du chiffre 8.

Les cycloïdes

D'une certaine manière, cette courbe présente des relations avec la cycloide. La **cycloïde**, qui est aussi appelée **roue d'Aristote** ou **roulette de Pascal**, est une courbe dont la trajectoire est déterminée à partir d'un point fixe M d'un cercle C qui roule sans glisser sur une droite. Une cycloïde admet une infinité de points de rebroussement situés sur la droite ox.



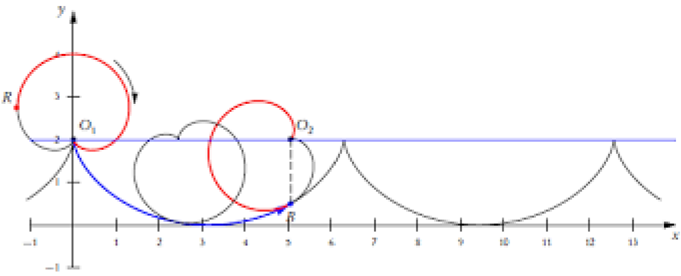
La cycloide

Une autre courbe qui fait partie des cycloïdes est la courbe brachistochrone. Elle est fondée sur le principe de la trajectoire la plus courte. En effet, son nom est tiré du grec βραχυς, (brakhis) court, et de χρονος, temps. Elle peut désigner le trajet tracé par la lumière qui se déplace dans un milieu selon une accélérations constante pour arriver à un point.

Au musée des sciences de Florence se trouve une maquette qui montre la faculté brachistochrone de la cycloïde :

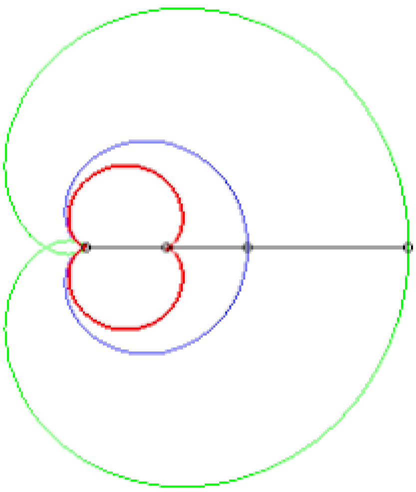
Or, si le cercle C de rayon R roule sans glisser sur un cercle C' de rayon R' et C étant extérieur à C', la courbe décrite est une épicycloïde. Cependant, ce qui est fort intéressant est le fait que certaines épicycloïdes prennent des formes qui ressemblent des organes comme le cœur ou les reins :

Cardioïde



R = R'

Néphroïde



R = 2R'

L'infini chez Cantor

Dans la suite de l'apport des scientifiques à la problématique de l'infini, on trouve des siècles plus tard, vers la fin du XIXe siècle, un mathématicien qui va révolutionner les critères épistémologiques des mathématiques. Son nom est Georg Cantor.

Ce mathématicien allemand, mais né en 1845 à Saint Petersbourg, se sentit inspiré de la Grâce pour découvrir de nouvelles entités mathématiques[17]: les nombres transfinis. Sa théorie distingue l'infini absolu qui est dans Dieu, et dans ce sens il continue la pensée de Leibniz et d'autres philosophes catholiques, de ce qui est conçu par la pensée et produit dans un monde créé.

Ainsi, il y aurait trois formes d'infini : l'absolu, le mathématique et le physique. Ce grand mathématicien a eu beaucoup de mal à faire comprendre sa théorie par les mathématiciens de son époque. son hypothèse est fondée sur le principe qu'il existe des infinis dénombrables et des infinis indénombrables.

En effet, si l'on prend l'ensemble de nombres entier celui-ci peut être dénombrable car on peut conter les nombres et même les mettres en correspondance bijective, c'est-à-dire, faire correspondre chaque élement d'un ensemble avec un autre, avec l'ensemble de nombres rationnels. Ainsi tous les deux sont dénombrables. Mais, l'ensemble des nombres réels, composé de l'ensemble de nombres rationnels et de l'ensemble des irrationnels, n'est pas dénombrable.

Ainsi, du point de vue mathématique, l'infini des nombres réels R, c'est-à-dire, l'ensemble composé de nombres algébriques, ceux qui sont la racine ou la solution d'une équation algébrique et de nombres transcendants comme π, est plus grand que celui des entiers Z. Cette relation on peut l'indiquer $R > Z$. Cette constation mathématique rend explicite le fait qu'il existe divers degrés d'infinis. D'ailleurs, les degrés croissants d'infinis permettent de concevoir qu'il peut exister de sous-ensembles infinis à l'intérieur d'un même infini. Cette propriété est dite la puissance d'un infini.

Cantor désigne le premier degré d'infini par la lettre aleph א tirée de l'écriture hébraïque. En quelque sorte, le principe de puissance d'infini de Cantor s'oppose au principe formulé par le philosophe et mathématicien grec présocratique Zénon d'Élée qui, au moyen de ses célèbres paradoxes[18], niait le mouvement mais aussi l'infini. Il soutenait que l'unité

[17] Voir John D. Barrow, op. cit. pp 95-99.

[18] Zénon essaye de démontrer la non existence du mouvement au moyen de paradoxes. Je me limiterai à citer celui de la dichotomie : soit un objet O en mouvement entre A et B, avant d'arriver à B doit passer

étant logiquement unique ne pouvait pas admettre une divisibilité à l'infini.

Cependant, la conception mathématique de l'infini pose un problème pour la physique car cette science étant surtout fondée sur l'observation et l'expérimentation ne peut pas observer l'infini et encore moins l'expérimenter.

Malgré les progrès considérables des sciences, les connaissances posent des nouvelles énigmes car elles n'arrivent à définir qu'une partie minime de l'univers et à formuler certains modèles qui ne sont que des hypothèses sur les principes de la vie. C'est pour cette raison qu'il y a toujours des réalités qui, même si elles sont connues d'une manière empirique voire théorique, restent indéfinies. Aussi me semble-t-il nécessaire sinon de préciser d'une manière exhaustive du moins de signaler les différences existant entre l'indéfini et l'infini.

L'indéfini

L'indéfini est étroitement lié à ce qui est indeterminé car on ignore son origine. Mais, ce qui est indéterminé peut avoir une étendue tout à fait limitée. Dans les langues européennes on le voit clairement dans l'emploi grammatical de l'article indéfini. En français : *un homme, un bâtiment, un atome*… Mais, cette indétermination qui est limitée on peut la percevoir également dans les diverses formes d'actions concrètes ou abstraites exprimées par l'infinitif verbal : on peut marcher mais pas d'une manière infinie, on peut penser à l'infini mais on ne peut pas prolonger d'une manière infinie le fait de penser.

Cependant, même si la cause de l'indéfini est ignorée, on perçoit qu'il présente une notion de limite. Par cette propriété d'être limité, l'indéfini peut être mis en relation avec la notion de mesure. On peut dire, par exemple, que l'indéfini se trouve entre les paramètres A-Z.

On peut illustrer cette relation par les mesures physiques concernant les atomes ou les particules subatomiques. Certes on peut mesurer la distance entre deux atomes établie au milliardième de mètre. On peut même parvenir à mesurer le noyau des atomes constitués de protons et de neutrons, cent millièmes de milliardième de mètre, mais, on ne peut pas préciser la taille des électrons ou des particules élémentaires comme les

---

par C mais pour se déplacer entre A et C il doit passer par D et, avant D, par E... et ainsi à l'infini. Or, arrive un moment où la distance à parcourir devient nulle donc O ne pourra jamais atteindre B. Par conséquent le mouvement de O devient impossible.

quarks qui sont insécables. Pourtant, cet empêchement ne signifie pas qu'on n'arriverait jamais à établir des mesures sur ces particules. Mais ce n'est pas pour autant que l'énigme des principes de la matière soit résolue. Certes, la mesure est établie par le biais des paramètres, mais elle ne nous explique pas le fonctionnement intrinsèque de ces particules ni nous éclaire sur le pourquoi de leur existence.

Jusque là nous sommes sur les mesures portant sur des objets qui tendent vers l'infiniment petit mais il se passe la même chose pour l'indéfini des grandeurs astronomiques ou astrophysiques.

On peut mesurer la distance à laquelle se trouve une exoplanète géante comme celle qui gravite autour de l'étoile 51 Peg située à 48 années lumières (a.l.). Mais la raison de la localisation de cette exoplanète reste indéfinie. Certes, on peut encore aller bien plus loin et mesurer la distance en années lumière de certaines galaxies qui se trouvent éloignées de 5 fois 10 élevés à la puissance 8 a.l., mais ces mesures ne déterminent que la distance, alors que la cause de la composition de ces galaxies et le pourquoi de leur situation restent indéfinies.

Il y a bien d'autres phénomènes qui, tout en étant indéfinis, relèvent des nouvelles interprétations de l'univers. Bien qu'on suppose que l'énergie noire constitue le 72 % de la densité d'énergie de l'univers, on ne peut pas déterminer sa structure ni préciser si elle est constante ou si elle varie dans l'espace et dans le temps.

Cependant, nous pouvons observer que tous les exemples exposés montrent que les phénomènes qui relèvent de l'indéfini sont susceptibles d'être mesurés.

L'origine de l'infini

Toutefois, à la différence de l'indéfini, un infini peut être déterminé par son origine, c'est le cas de l'univers perçu selon la théorie du Big Bang, mais aussi celui des possibilités de la vie à partir de son commencement. Cependant, même si on peut déterminer son origine, notre univers serait âgé de 13,7 milliard d'années, si son expansion est infinie, il échapperait à la notion de mesure, notion qui est, cependant, applicable à indéfini, comme nous venons de le voir, indépendamment de sa grandeur.

De même, on peut calculer à peu près l'apparition de la vie sur la Terre, elle serait apparue cela fait 3,8 milliards d'années. Mais, la diversité des êtres vivants constituerait entre 1,5 et 1,8 million d'espèces. Toutefois, ces chiffres ne sont point précis car on découvre souvent de nouvelles espèces tandis que d'autres s'éteignent. Ainsi, même si on peut déterminer son origine, si la vie, comme l'univers, s'étend d'une manière infinie elle serait immensurable et la diversité de son évolution le serait aussi car celle-ci serait également infinie.

C'est pour cette raison que certains biologistes pensent qu'il est possible que dans les exoplanètes, sous d'autres formes, la vie ait pu aussi se développer.

Bien entendu, les approches que je viens de faire sur l'infini ne sont point exhaustives, mais les données qui se dégagent des observations montrent que l'infini est une notion bien différente de celle de l'indéfini.

Les idées sur l'infini et l'indéfini exposées dans mon travail, témoignent que la pensée scientifique peut concevoir des phénomènes qui vont bien au-delà de la constation expérimentale. Cette démarche créative de la pensée scientifique peut ainsi parvenir à poser des problématiques philosophiques qui vont dépasser les modèles établis par le déterminisme strictement matérialiste. Voilà pourquoi les idées sur l'infini peuvent être la source de la créativité scientifique mais aussi de la conception littéraire ou artistique. C'est pour cette raison que l'idée d'infini est une thématique qui peut être envisagée selon une approche interdisciplinaire.

Helios Jaime