

Ecole Internationale Chalonge-deVega



Henri Poincaré **et sa contribution en 1905 à la** **théorie de la relativité.**

**Le groupe de Lorentz Poincaré,
les ondes gravifiques...**

***Les Rendiconti del Circolo
Matematico di Palermo,...***

Le jeudi 31 mars 2016
Observatoire de Paris

Norma G. Sanchez

Contenu:

Clarifications d'Actualité

(0). Sur l'Univers: Avant de commencer avec mon exposé sur Henri Poincaré, je ferai quelques rappels et remarques sur des sujets fort intéressants de cette séance, et d'une grande actualité: Les prédictions CMB avec notre théorie effective de l'Inflation- approche Guinsburg-Landau à l'inflation- avec Héctor de Vega- et ses conséquences pour les gravitons primordiaux-les ondes gravitationnelles issues de l'inflation- et "la banane cosmique" dans le diagramme $(n-s, r)$, de l' index $n-s$ des fluctuations scalaires (de densité) déjà mesuré et le rapport r ou quotient des fluctuations tensorielles (non encore détectées) aux fluctuations scalaires. r est une mesure des gravitons primordiaux. Toutes Nos prédictions sont d'actualité, certaines ont été déjà confirmées, y compris celles que nous avons fait (en salle Cassini, dont vous verrez l'image de la réunion) sur BICEP et avant l'article BICEP-Planck.

(I). Première Partie sur Poincaré et la Relativité

1. Poser le Problème et Clarifier le sujet. C'est à dire :

Poser scientifiquement et Traiter scientifiquement la question :

-La Contribution de Poincaré à la Relativité.

-Première Démarche: Aller aux sources:

Les articles de Poincaré.

C'est ce qui sera traité dans cette SEANCE DU 31 MARS 2016

Effective Theory of Inflation (ETI) confirmed by Planck

Quantity	ETI Prediction	Planck 2013
Spectral index $1 - n_s$	order $1/N = 0.02$	0.04
Running $dn_s/d\ln k$	order $1/N^2 = 0.0004$	< 0.01
Non-Gaussianity f_{NL}	order $1/N = 0.02$	< 6
	ETI + WMAP+LSS	
tensor/scalar ratio r	$r > 0.02$	< 0.11 see BICEP
inflaton potential curvature $V''(0)$	$V''(0) < 0$	$V''(0) < 0$

ETI + WMAP+LSS means the MCMC analysis combining the ETI with WMAP and LSS data. Such analysis calls for an inflaton potential with negative curvature at horizon exit. **The double well potential** is favoured (new inflation).

D. Boyanovsky, C. Destri, H. J. de Vega, N. G. Sanchez, arXiv:0901.0549, IJMPA 24, 3669-3864 (2009).

Two key observable numbers :
associated to the primordial density and
primordial gravitons :

$$n_s = 0.9608 , \quad r$$

PREDICTIONS

$$r > 0.021$$

DdS: Destri, de Vega, Sanchez & from WMAP data
(PRD 2008)

BICEP2 result 2014: r about 0.20-0.16

THE PRIMORDIAL GRAVITONS

LOWER BOUND on r (2008)

Our theory input (Effective Theory Inflation) in the MCMC data analysis of WMAP5+LSS+SN data).

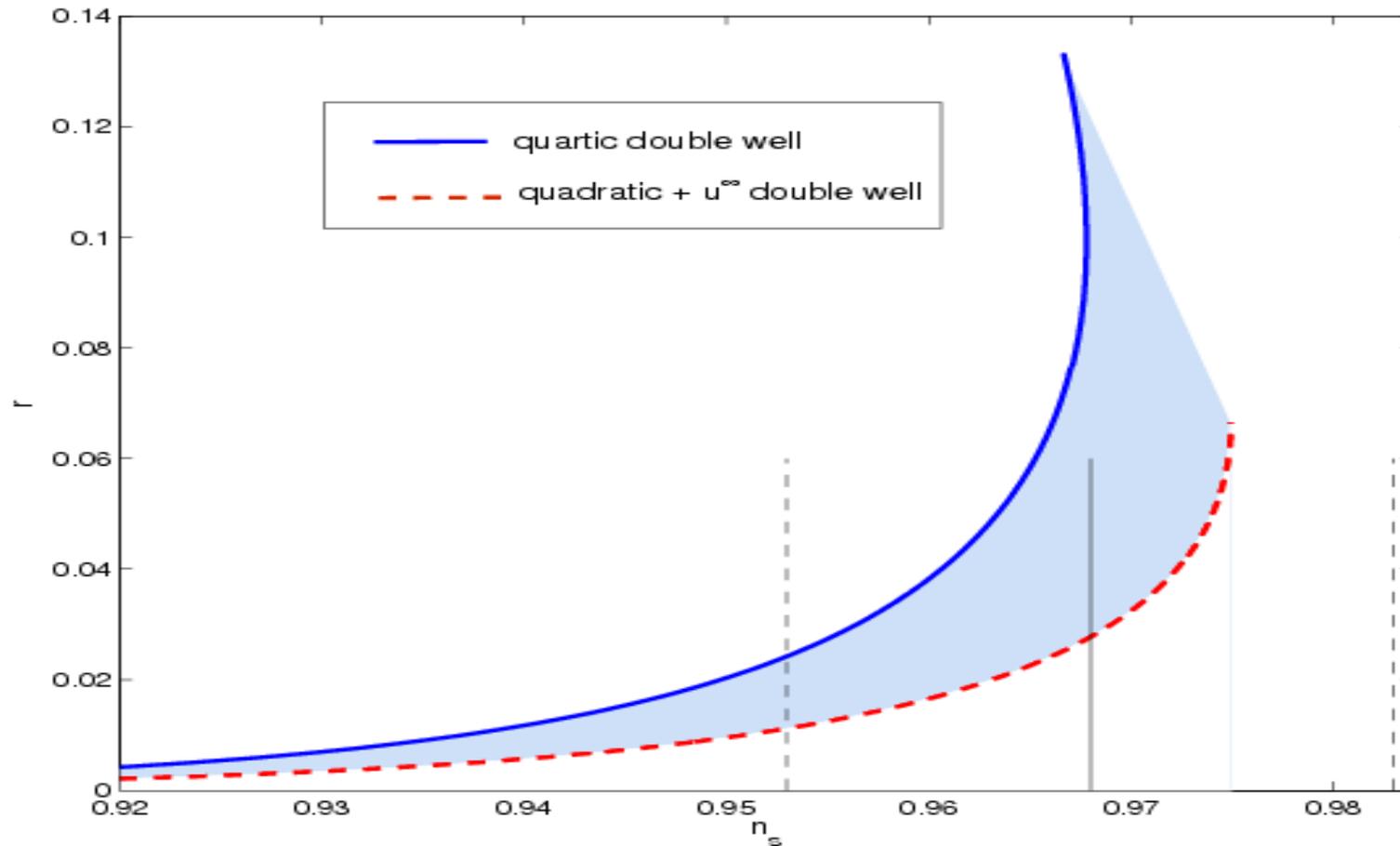
C. Destri, H J de Vega, N G Sanchez, Phys Rev D77, 043509 (2008) shows:

Besides the upper bound for r (tensor to scalar ratio) $r < 0.22$, we find a clear peak in the r distribution and we obtain a lower bound

$$\begin{aligned} r &> 0.023 \text{ at } 95\% \text{ CL and} \\ r &> 0.046 \text{ at } 68\% \text{ CL.} \end{aligned}$$

For the other cosmological parameters, both analysis agree.





THE PRIMORDIAL COSMIC BANANA

The tensor to scalar ratio r (primordial gravitons) versus the scalar spectral index n_s . **The amount of r is always non zero**
H.J. de Vega, C. Destri, N.G. Sanchez, *Annals Phys* 326, 578(2011)



HENRI POINCARÉ DANS SON CABINET DE TRAVAIL. — PHOT. DORNAC.

1504

ACADÉMIE DES SCIENCES.



ÉLECTRICITÉ. — *Sur la dynamique de l'électron.*

Note de M. H. POINCARÉ.

SÉANCE DU 5 JUIN 1905.

1507

Quand nous parlerons donc de la position ou de la vitesse du corps attirant, il s'agira de cette position ou de cette vitesse à l'instant où l'onde gravifique est partie de ce corps; quand nous parlerons de la position ou de la vitesse du corps attiré, il s'agira de cette position ou de cette vitesse à l'instant où ce corps attiré a été atteint par l'onde gravifique émanée de l'autre corps; il est clair que le premier instant est antérieur au second.

Si donc x, y, z sont les projections sur les trois axes du vecteur qui joint les deux positions, si la vitesse du corps attiré est ξ, η, ζ , et celle du corps attirant ξ_1, η_1, ζ_1 , les trois composantes de l'attraction (que je pourrai encore appeler X_1, Y_1, Z_1) seront des fonctions de $x, y, z, \xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1$. Je me suis demandé s'il était possible de déterminer ces fonctions de telle

A continuation :

Je présente tout d'abord le travail de Poincaré dans les Comptes Rendus de l'Acad. de Scs Paris 1905,

Quoique c'est son article résumé et n'est pas celui qui contient le plus sur la Relativité. Et j'inclus aussi la copie du manuscrit de cet article.

Je présente par la suite le travail de Poincaré dans les Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo 1905 et publié 1906 (travail connu en France comme « Le Mémoire de Palerme »), ce travail est celui qui contient la substance de la contribution de Poincaré à la Relativité.

Seulement les pages plus illustratives sont reproduites ici.

J'ai recadré en rouge les passages plus illustratifs pour l'exposé.

Le lecteur qui ne souhaite pas suivre toutes les pages sources et équations peut aller directement à la page finale : Mes Conclusions

Je cite déjà ici

La phrase de Poincaré 1905 : « Et ce n'est pas tout »

Membres de l'Académie des sciences depuis sa création : Henri Poincaré

Sur la dynamique de l' électron

Note de H. Poincaré. C.R. T.140 (1905) 1504-1508



INSTITUT DE FRANCE
Académie des sciences



ÉLECTRICITÉ. — *Sur la dynamique de l'électron.*

Note de M. H. POINCARÉ.

Il semble au premier abord que l'aberration de la lumière et les phénomènes optiques qui s'y rattachent vont nous fournir un moyen de déterminer le mouvement absolu de la Terre, ou plutôt son mouvement, non par rapport aux autres astres, mais par rapport à l'éther. Il n'en est rien; les expériences où l'on ne tient compte que de la première puissance de l'aberration ont d'abord échoué et l'on en a aisément découvert l'explication; mais Michelson, ayant imaginé une expérience où l'on pouvait mettre en évidence les termes dépendant du carré de l'aberration, ne fut pas plus heureux. Il semble que cette impossibilité de démontrer le mouvement absolu soit une loi générale de la nature.

Une explication a été proposée par Lorentz, qui a introduit l'hypothèse d'une contraction de tous les corps dans le sens du mouvement terrestre; cette contraction rendrait compte de l'expérience de Michelson et de toutes celles qui ont été réalisées jusqu'ici, mais elle laisserait la place à d'autres expériences plus délicates encore, et plus faciles à concevoir qu'à exécuter,

qui seraient de nature à mettre en évidence le mouvement absolu de la Terre. Mais, si l'on regarde l'impossibilité d'une pareille constatation comme hautement probable, il est permis de prévoir que ces expériences, si on parvient jamais à les réaliser, donneront encore un résultat négatif, Lorentz a cherché à compléter et à modifier son hypothèse de façon à la mettre en concordance avec le postulat de l'impossibilité *complète* de la détermination du mouvement absolu. C'est ce qu'il a réussi à faire dans son article intitulé *Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light* (*Proceedings* de l'Académie d'Amsterdam, 27 mai 1904).

L'importance de la question m'a déterminé à la reprendre; les résultats que j'ai obtenus sont d'accord sur tous les points importants avec ceux de Lorentz; j'ai été seulement conduit à les modifier et à les compléter dans quelques points de détail.

Le point essentiel, établi par Lorentz, c'est que les équations du champ électromagnétique ne sont pas altérées par une certaine transformation (que j'appellerai du nom de *Lorentz*) et qui est de la forme suivante

$$(1) \quad x' = kl(x + \varepsilon t), \quad y' = ly, \quad z' = lz, \quad t' = kl(t + \varepsilon x),$$

x, y, z sont les coordonnées et t le temps avant la transformation, x', y', z' et t' après la transformation. D'ailleurs ε est une constante qui définit la transformation

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}$$

et l est une fonction quelconque de ε . On voit que dans cette transformation l'axe des x joue un rôle particulier, mais on peut évidemment construire une transformation où ce rôle serait joué par une droite quelconque passant par l'origine. L'ensemble de toutes ces transformations, joint à l'ensemble de toutes les rotations de l'espace, doit former un groupe; mais, pour qu'il en soit ainsi, il faut que $l = 1$; on est donc conduit à supposer $l = 1$ et c'est là une conséquence que Lorentz avait obtenue par une autre voie.

Soient ρ la densité électrique de l'électron, ξ, η, ζ sa vitesse avant la transformation; on aura pour les mêmes quantités $\rho', \xi', \eta', \zeta'$ après la transformation

$$(2) \quad \rho' = \frac{k}{\beta} \rho(1 + \varepsilon \xi), \quad \rho' \xi' = \frac{k}{\beta} \rho(\xi + \varepsilon), \quad \rho' \eta' = \frac{\rho \eta}{\beta}, \quad \rho' \zeta' = \frac{\rho \zeta}{\beta}.$$

Ces formules diffèrent un peu de celles qui avaient été trouvées par Lorentz.

Soient maintenant X, Y, Z et X', Y', Z' les trois composantes de la force avant et après la transformation, *la force est rapportée à l'unité de volume*; je trouve

$$(3) \quad X' = \frac{k}{l^3} (X + \epsilon \Sigma X \xi), \quad Y' = \frac{Y}{l^3}, \quad Z' = \frac{Z}{l^3}.$$

Ces formules diffèrent également un peu de celles de Lorentz; le terme complémentaire en $\Sigma X \xi$ rappelle un résultat obtenu autrefois par M. Liénard.

Si nous désignons maintenant par X_1, Y_1, Z_1 et X'_1, Y'_1, Z'_1 les composantes de la force rapportée non plus à l'unité de volume, mais à l'unité de masse de l'électron, nous aurons

$$(4) \quad X'_1 = \frac{k}{l^3} \frac{\rho}{\rho'} (X_1 + \epsilon \Sigma X_1 \xi), \quad Y'_1 = \frac{\rho}{\rho'} \frac{Y_1}{l^3}, \quad Z'_1 = \frac{\rho}{\rho'} \frac{Z_1}{l^3}.$$

Lorentz est amené également à supposer que l'électron en mouvement prend la forme d'un ellipsoïde aplati; c'est également l'hypothèse faite par Langevin, seulement, tandis que Lorentz suppose que deux des axes de l'ellipsoïde demeurent constants, ce qui est en accord avec son hypothèse $l = 1$, Langevin suppose que c'est le volume qui reste constant. Les deux auteurs ont montré que ces deux hypothèses s'accordent avec les expériences de Kaufmann, aussi bien que l'hypothèse primitive d'Abraham (électron sphérique). L'hypothèse de Langevin aurait l'avantage de se suffire à elle-même, puisqu'il suffit de regarder l'électron comme déformable et incompressible pour expliquer qu'il prenne quand il est en mouvement la forme ellipsoïdale. Mais je montre, d'accord en cela avec Lorentz, qu'elle est incapable de s'accorder avec l'impossibilité d'une expérience montrant le mouvement absolu. Cela tient, ainsi que je l'ai dit, à ce que $l = 1$ est la seule hypothèse pour laquelle l'ensemble des transformations de Lorentz forme un groupe.

Mais avec l'hypothèse de Lorentz, l'accord entre les formules ne se fait pas tout seul; on l'obtient, et en même temps une explication possible de la contraction de l'électron, en supposant que *l'électron, déformable et compressible, est soumis à une sorte de pression constante extérieure dont le travail est proportionnel aux variations du volume.*

Je montre, par une application du principe de moindre action, que, dans

ces conditions, la compensation est complète, si l'on suppose que l'inertie est un phénomène exclusivement électromagnétique, comme on l'admet généralement depuis l'expérience de Kaufmann, et qu'à part la pression constante dont je viens de parler et qui agit sur l'électron, toutes les forces sont d'origine électromagnétique. On a ainsi l'explication de l'impossibilité de montrer le mouvement absolu et de la contraction de tous les corps dans le sens du mouvement terrestre.

Mais ce n'est pas tout : Lorentz, dans l'Ouvrage cité, a jugé nécessaire de compléter son hypothèse en supposant que toutes les forces, quelle qu'en soit l'origine, soient affectées, par une translation, de la même manière que les forces électromagnétiques, et que, par conséquent, l'effet produit sur leurs composantes par la transformation de Lorentz est encore défini par les équations (4).

Il importait d'examiner cette hypothèse de plus près et en particulier de rechercher quelles modifications elle nous obligerait à apporter aux lois de la gravitation. C'est ce que j'ai cherché à déterminer; j'ai été d'abord conduit à supposer que la propagation de la gravitation n'est pas instantanée, mais se fait avec la vitesse de la lumière. Cela semble en contradiction avec un résultat obtenu par Laplace qui annonce que cette propagation est, sinon instantanée, du moins beaucoup plus rapide que celle de la lumière. Mais, en réalité, la question que s'était posée Laplace diffère considérablement de celle dont nous nous occupons ici. Pour Laplace, l'introduction d'une vitesse finie de propagation était la *seule* modification qu'il apportait à la loi de Newton. Ici, au contraire, cette modification est accompagnée de plusieurs autres; il est donc possible, et il arrive en effet, qu'il se produise entre elles une compensation partielle.

Quand nous parlerons donc de la position ou de la vitesse du corps attirant, il s'agira de cette position ou de cette vitesse à l'instant où l'onde gravifique est partie de ce corps; quand nous parlerons de la position ou de la vitesse du corps attiré, il s'agira de cette position ou de cette vitesse à l'instant où ce corps attiré a été atteint par l'onde gravifique émanée de l'autre corps; il est clair que le premier instant est antérieur au second.

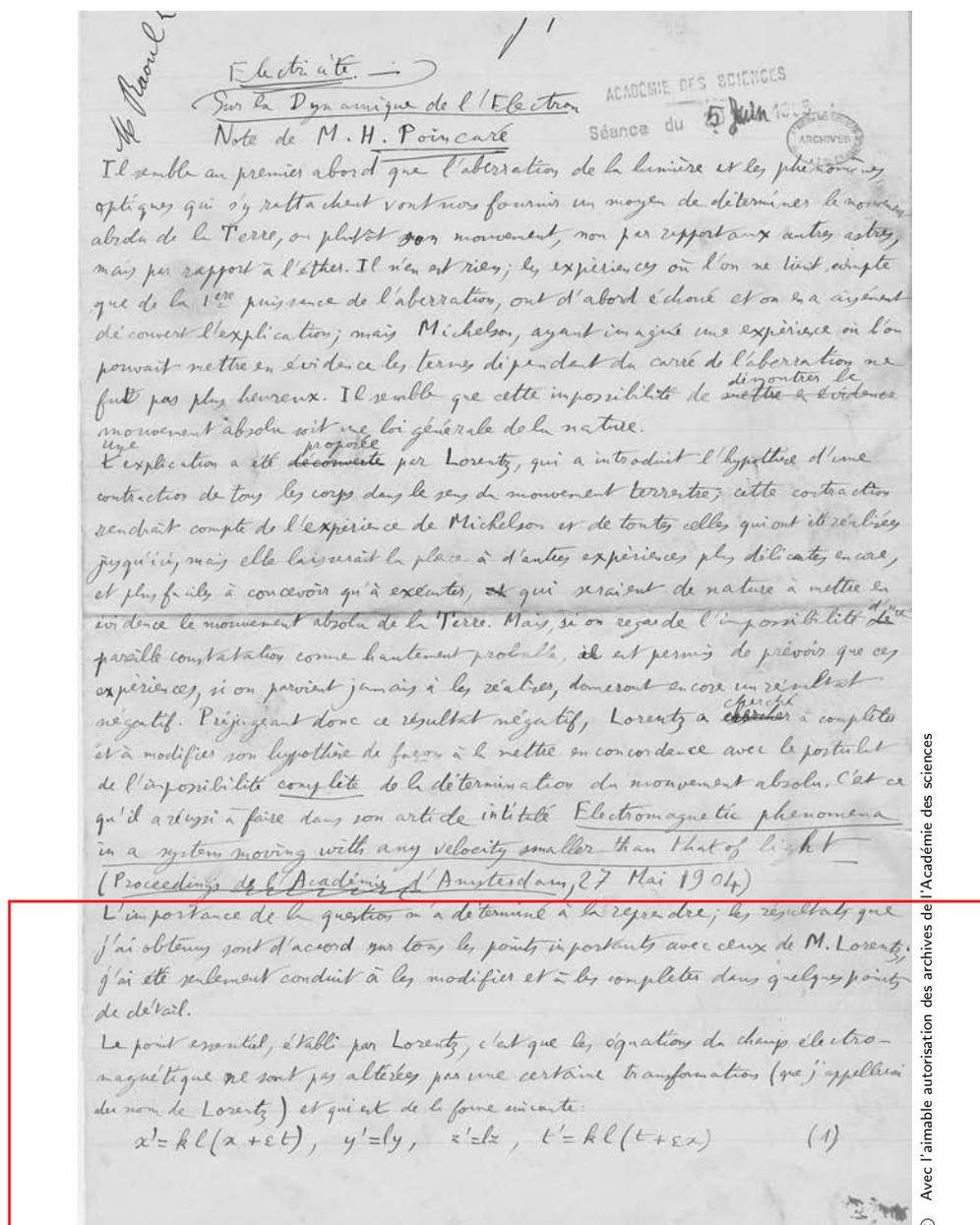
Si donc x, y, z sont les projections sur les trois axes du vecteur qui joint les deux positions, si la vitesse du corps attiré est ξ, η, ζ , et celle du corps attirant ξ_1, η_1, ζ_1 , les trois composantes de l'attraction (que je pourrai encore appeler X_1, Y_1, Z_1) seront des fonctions de $x, y, z, \xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1$. Je me suis demandé s'il était possible de déterminer ces fonctions de telle

façon qu'elles soient affectées par la transformation de Lorentz conformément aux équations (4) et qu'on retrouve la loi ordinaire de la gravitation, toutes les fois que les vitesses $\xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1$ sont assez petites pour qu'on puisse en négliger les carrés devant le carré de la vitesse de la lumière.

La réponse doit être affirmative. On trouve que l'attraction corrigée se compose de deux forces, l'une parallèle au vecteur x, y, z , l'autre à la vitesse ξ_1, η_1, ζ_1 .

La divergence avec la loi ordinaire de la gravitation est, comme je viens de le dire, de l'ordre de ξ^2 ; si l'on supposait seulement, comme l'a fait Laplace, que la vitesse de propagation est celle de la lumière, cette divergence serait de l'ordre de ξ , c'est-à-dire 10 000 fois plus grande. Il n'est donc pas, à première vue, absurde de supposer que les observations astronomiques ne sont pas assez précises pour déceler une divergence aussi petite que celle que nous imaginons. Mais c'est ce qu'une discussion approfondie permettra seule de décider.

Sur la dynamique de l'électron¹



Manuscrit de Poincaré « Sur la dynamique de l'électron » (p. 1)

¹ publié dans les Comptes rendus de l'Académie des Sciences 140 (1905), 1504.

x, y, z sont les coordonnées et t le temps avant la transformation, x', y', z' et t' après la transformation. On voit qu'il faut à D'ailleurs ϵ est une constante qui définit la transformation, \mathfrak{R}

$$k = \frac{1}{\sqrt{1-\epsilon^2}}$$

et \underline{l} est une fonction quelconque de ϵ . On voit que dans cette transformation l'axe des x joue un rôle particulier, mais on peut évidemment construire une transformation où ce rôle serait joué par une droite quelconque passant par l'origine. L'ensemble de toutes ces transformations, joint à l'ensemble de toutes les rotations de l'espace doivent former un groupe; mais pour qu'il en soit ainsi, il faut que $\underline{l} = 1$; on est donc conduit à supposer $\underline{l} = 1$ et c'est là une conséquence que Lorentz avait obtenue par une autre voie.

Soit ρ la densité électrique de l'électron, ξ, η, ζ sa vitesse avant la transformation on aura pour les mêmes quantités $\rho', \xi', \eta', \zeta'$ après la transformation:

$$(2) \quad \rho' = \frac{k}{\epsilon^3} \rho (1 + \epsilon \xi), \quad \rho' \xi' = \frac{k}{\epsilon^3} \rho (\xi + \epsilon), \quad \rho' \eta' = \frac{\rho \eta}{\epsilon^3}, \quad \rho' \zeta' = \frac{\rho \zeta}{\epsilon^3}$$

Ces formules diffèrent un peu de celles qui avaient été trouvées par Lorentz.

Soit maintenant X, Y, Z les trois composantes de la force avant et après la transformation, X', Y', Z' les trois composantes de la force rapportées à l'unité de volume, je trouve:

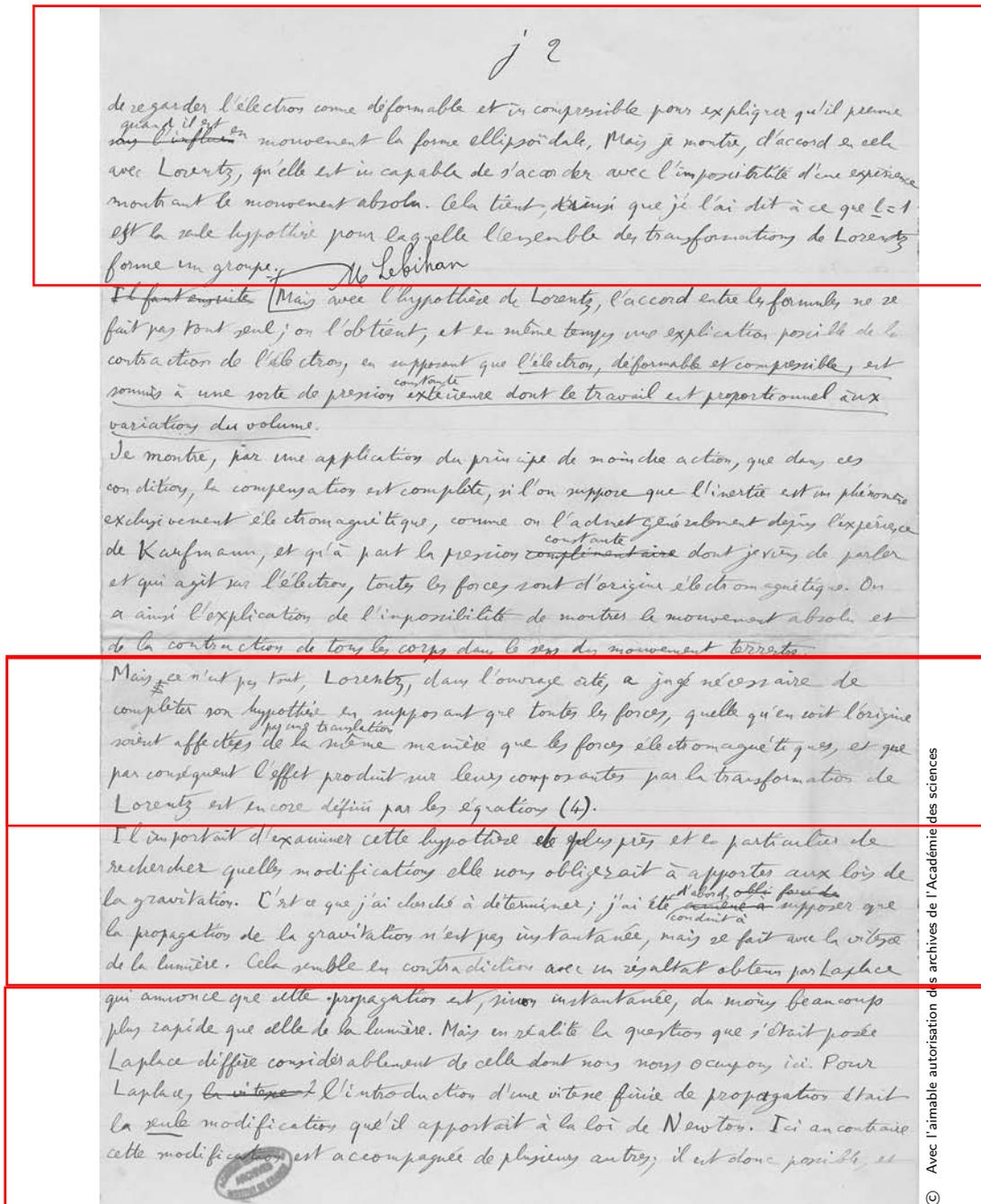
$$(3) \quad X' = \frac{k}{\epsilon^3} (X + \epsilon \sum X \xi), \quad Y' = \frac{Y}{\epsilon^3}, \quad Z' = \frac{Z}{\epsilon^3}$$

Ces formules diffèrent également un peu de celles de Lorentz; elles rappellent un résultat obtenu autrefois par M. Liénard.

Si nous désignons maintenant par X_1, Y_1, Z_1 et X'_1, Y'_1, Z'_1 les composantes de la force rapportées non plus à l'unité de volume, mais à l'unité de masse de l'électron, nous aurons:

$$(4) \quad X'_1 = \frac{k}{\epsilon^3} \frac{\rho}{\rho'} (X_1 + \epsilon \sum X_1 \xi), \quad Y'_1 = \frac{\rho}{\rho'} \frac{Y_1}{\epsilon^3}, \quad Z'_1 = \frac{\rho}{\rho'} \frac{Z_1}{\epsilon^3}$$

Nous avons vu que Lorentz est amené également à supposer que l'électron en mouvement prend la forme d'un ellipsoïde aplati; c'est également l'hypothèse faite par Langevin, seulement tandis que Lorentz suppose que deux des axes de l'ellipsoïde demeurent constants, ce qui est en accord avec son hypothèse $\underline{l} = 1$, Langevin suppose que c'est le volume qui reste constant. Les deux auteurs ont montré que ces deux hypothèses s'accordent avec les expériences de Kaufmann, aussi bien que l'hypothèse primitive d'Abraham (électron sphérique.) L'hypothèse de Langevin aurait l'avantage de se suffire à elle-même, mais qu'il s'agit



Manuscrit de Poincaré « Sur la dynamique de l'électron » (p. 3)

il arrive en effet, qu'il se produise entre elles, une compensation partielle.
 [Quand nous parlerons donc de la position ou de la vitesse du corps attirant, il s'agira de cette position ou de cette vitesse à l'instant où l'onde gravifique ^{est partie} ~~est partie~~ de ce corps; quand nous parlerons de la position ou de la vitesse du corps attiré, il s'agira de cette position ou de cette vitesse à l'instant où ce corps attiré a été atteint par l'onde gravifique émanée de l'autre corps; il est clair que le premier instant est antérieur au second.

Si donc x, y, z sont les projections sur les trois axes du vecteur qui joint les deux positions, si la vitesse du corps attiré est ξ, η, ζ , et celle du corps attirant ξ_1, η_1, ζ_1 , les trois composantes de l'attraction (que je pourrai encore appeler X, Y, Z) seront des fonctions de $x, y, z, \xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1$.

Je me suis demandé s'il était possible de déterminer ces fonctions de telle façon qu'elles soient affectées par la transformation de Lorentz conformément aux équations (4) et qu'on retrouve la loi ordinaire de la gravitation, toutes les fois que les vitesses $\xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1$ sont assez petites pour qu'on puisse négliger les carrés devant le carré de la vitesse de la lumière.

La réponse doit être affirmative. On trouve que l'attraction corrigée se compose de deux forces, l'une parallèle au vecteur x, y, z , l'autre à la vitesse ξ_1, η_1, ζ_1 .

La divergence avec la loi ordinaire de la gravitation est comme je viens de le dire de l'ordre de ξ_1^2 , si l'on suppose seulement comme l'a fait Laplace que la vitesse de propagation est celle de la lumière, cette divergence serait de l'ordre de ξ , c'est à dire 10 000 fois plus grande. Il n'est donc pas à première vue absurde de supposer que les observations astronomiques ne sont pas assez précises pour déceler une divergence de l'ordre de aussi petite que celle que nous imaginons. Mais c'est ce qu'une discussion approfondie permettra seule d'affirmer de décider.

RENDICONTI
DEL
CIRCOLO MATEMATICO
DI PALERMO

FONDATORE: G. B. GUCCIA

DIRETTORE: B. PETTINEO

INDICE

Serie I: Tomi I-LXIII
(1887-1941)

Serie II: Tomi I-XXVI
(1952-1977)

COMITATO DI REDAZIONE:

P. S. ALEKSANDROV
G. BIRKHOFF
L. CESARI
J. A. DIEUDONNÉ
G. FICHERA
R. GARNIER
D. GRAFFI
H. HASSE

W. V. D. HODGE
F. JOHN
T. KATO
K. KURATOWSKI
J. LERAY
H. LEWY
L. LOMBARDO RADICE
S. G. MIHLIN

R. H. NEVANLINNA
N. E. NÖRLUND
G. SANSONE
G. SCORZA DRAGONI
M. I. STOKA
G. TEMPLE
C. TRUESDELL
K. YOSIDA

PALERMO
SEDE DELLA SOCIETÀ
VIA ARCHIRAFI, 34

Plancherel, M. Contribution à l'étude de la représentation d'une fonction arbitraire par des intégrales définies, (1) **30** (1910), 289-335.

— Sur la sommation des séries de Laplace et de Legendre, (1) **33** (1912), 41-66.

Platone, G. Sul metodo dei tentativi per il calcolo approssimato degli zeri di una funzione, (1) **55** (1931), 283-286.

— Ancora sul metodo delle onde per la risoluzione numerica dei sistemi di equazioni, (1) **62** (1938-39), 363-368.

Poincaré, H. Sur une propriété des fonctions analytiques. (Extrait d'une lettre adressée à M. G. B. Guccia), (1) **2** (1888), 197-200.

— Sur l'intégration algébrique des équations différentielles du premier ordre et du premier degré, (1) **5** (1891), 161-191.

— Sur les équations de la physique mathématique, (1) **8** (1894), 57-156.

▪ — Sur l'intégration algébrique des équations différentielles du premier ordre et du premier degré, (1) **11** (1897), 193-239.

— Complément à l'analysis situs, (1) **13** (1899), 285-343.

— Quelques remarques sur les groupes continus, (1) **15** (1901), 321-368.

— Cinquième complément à l'analysis situs, (1) **18** (1904), 45-110.

— Sur la dynamique de l'électron, (1) **21** (1906), 129-176.

— Les fonctions analytiques de deux variables et la représentation conforme, (1) **23** (1907), 185-220.

— Nouvelles remarques sur les groupes continus, (1) **25** (1908), 81-130.

— L'avenir des mathématiques. [Conférence lue dans la séance générale du 10 avril 1908 du IV^e Congrès International des Mathématiciens (Rome, 6-11 avril 1908)], (1) **26** (1908), 152-168.

— Sur la réduction des intégrales abéliennes et les fonctions fuchsienues, (1) **27** (1909), 281-336.

— Sur la diffraction des ondes hertziennes, (1) **29** (1910), 169-260.

— Rapport sur le prix Bolyai, (1) **31** (1911), 109-132.

— Sur un théorème de géométrie, (1) **33** (1912), 375-407.

Poincaré, H. - Noether, M. - Segre, C. (Vedi Noether, M. - Poincaré, H. - Segre, C.).

Pólya, G. Über Annäherung durch Polynome mit lauter reellen Wurzeln, (1) **36** (1913), 279-295.

— Ueber ganzwertige ganze Funktionen, (1) **40** (1915), 1-16.

Pólya, G. - Fekete, M. (Vedi Fekete, M. - Pólya, G.).

Pólya, G. - Lindwart, E. (Vedi Lindwart, E. - Pólya, G.).

Pompeiu, D. Sur l'extension du théorème des accroissements finis aux fonctions analytiques d'une variable complexe, (1) **19** (1905), 309-313.

— Sur les singularités des fonctions analytiques uniformes, (1) **29** (1910), 306-307.

— Sur une classe de fonctions d'une variable complexe, (1) **33** (1912), 108-113.

— Sur une classe de fonctions d'une variable complexe et sur certaines équations intégrales, (1) **35** (1913), 277-281.

— Sur le calcul des dérivées partielles, avec applications à l'analyse et à la mécanique, (1) **54** (1930), 113-123.

SUR LA DYNAMIQUE DE L'ÉLECTRON ;

Par M. H. POINCARÉ (Paris).

Adunanza del 23 luglio 1905.

INTRODUCTION.

Il semble au premier abord que l'aberration de la lumière et les phénomènes optiques et électriques qui s'y rattachent vont nous fournir un moyen de déterminer le mouvement absolu de la Terre, ou plutôt son mouvement, non par rapport aux autres astres, mais par rapport à l'éther. FRESNEL l'avait déjà tenté, mais il reconnut bientôt que le mouvement de la Terre n'altère pas les lois de la réfraction et de la réflexion. Les expériences analogues, comme celle de la lunette pleine d'eau et toutes celles où on ne tient compte que des termes du 1^{er} ordre par rapport à l'aberration, ne donnèrent non plus que des résultats négatifs; on en découvrit bientôt l'explication; mais MICHELSON, ayant imaginé une expérience où les termes dépendant du carré de l'aberration devenaient sensibles, échoua à son tour.

Il semble que cette impossibilité de mettre en évidence expérimentalement le mouvement absolu de la Terre soit une loi générale de la Nature; nous sommes naturellement portés à admettre cette loi, que nous appellerons le *Postulat de Relativité* et à l'admettre sans restriction. Que ce postulat, jusqu'ici d'accord avec l'expérience, doive être confirmé ou infirmé plus tard par des expériences plus précises, il est en tout cas intéressant de voir quelles en peuvent être les conséquences.

Une explication a été proposée par LORENTZ et FITZ GERALD, qui ont introduit l'hypothèse d'une contraction subie par tous les corps dans le sens du mouvement de la Terre et proportionnelle au carré de l'aberration; cette contraction, que nous appellerons la *contraction lorentzienne*, rendrait compte de l'expérience de MICHELSON et de toutes celles qui ont été réalisées jusqu'ici. L'hypothèse deviendrait insuffisante, toutefois, si on voulait admettre dans toute sa généralité le postulat de relativité.

LORENTZ a cherché alors à la compléter et à la modifier de façon à la mettre en concordance parfaite avec ce postulat. C'est ce qu'il a réussi à faire dans son article intitulé *Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light* (*Proceedings* de l'Académie d'Amsterdam, 27 mai 1904).

L'importance de la question m'a déterminé à la reprendre; les résultats que j'ai

obtenus sont d'accord avec ceux de M. LORENTZ sur tous les points importants; j'ai été seulement conduit à les modifier et à les compléter dans quelques points de détail; on verra plus loin les différences qui sont d'une importance secondaire.

L'idée de LORENTZ peut se résumer ainsi: si on peut, sans qu'aucun des phénomènes apparents soit modifié, imprimer à tout le système une translation commune, c'est que les équations d'un milieu électromagnétique ne sont pas altérées par certaines transformations, que nous appellerons *transformations de LORENTZ*; deux systèmes, l'un immobile, l'autre en translation, deviennent ainsi l'image exacte l'un de l'autre.

LANGEVIN *) avait cherché à modifier l'idée de LORENTZ; pour les deux auteurs, l'électron en mouvement prend la forme d'un ellipsoïde aplati, mais pour LORENTZ deux des axes de l'ellipsoïde demeurent constants, pour LANGEVIN au contraire c'est le volume de l'ellipsoïde qui demeure constant. Les deux savants ont d'ailleurs montré que ces deux hypothèses s'accordent avec les expériences de KAUFMANN, aussi bien que l'hypothèse primitive d'ABRAHAM (électron sphérique indéformable).

L'avantage de la théorie de LANGEVIN, c'est qu'elle ne fait intervenir que les forces électromagnétiques et les forces de liaison; mais elle est incompatible avec le postulat de relativité; c'est ce que LORENTZ avait montré, c'est ce que je retrouve à mon tour par une autre voie en faisant appel aux principes de la théorie des groupes.

Il faut donc en revenir à la théorie de LORENTZ; mais si l'on veut la conserver et éviter d'intolérables contradictions, il faut supposer une force spéciale qui explique à la fois la contraction et la constance de deux des axes. J'ai cherché à déterminer cette force, j'ai trouvé qu'elle peut être assimilée à une pression extérieure constante, agissant sur l'électron déformable et compressible, et dont le travail est proportionnel aux variations du volume de cet électron.

Si alors l'inertie de la matière était exclusivement d'origine électromagnétique, comme on l'admet généralement depuis l'expérience de KAUFMANN, et qu'à part cette pression constante dont je viens de parler, toutes les forces soient d'origine électromagnétique, le postulat de relativité peut être établi en toute rigueur. C'est ce que je montre par un calcul très simple fondé sur le principe de moindre action.

Mais ce n'est pas tout. LORENTZ, dans l'ouvrage cité, a jugé nécessaire de compléter son hypothèse de façon à ce que le postulat subsiste quand il y a d'autres forces que les forces électromagnétiques. D'après lui, toutes les forces, quelle qu'en soit l'origine, sont affectées par la transformation de LORENTZ (et par conséquent par une translation) de la même manière que les forces électromagnétiques.

Il importait d'examiner cette hypothèse de plus près et en particulier de rechercher quelles modifications elle nous obligerait à apporter aux lois de la gravitation.

On trouve d'abord qu'elle nous force à supposer que la propagation de la gravi-

*) LANGEVIN avait été devancé par M. BUCHERER de Bonn, qui a émis avant lui la même idée. (Voir: BUCHERER, *Mathematische Einführung in die Elektronentheorie*; août 1904. Teubner, Leipzig).

tation n'est pas instantanée, mais se fait avec la vitesse de la lumière. On pourrait croire que c'est une raison suffisante pour rejeter l'hypothèse, LAPLACE ayant démontré qu'il ne peut en être ainsi. Mais en réalité, l'effet de cette propagation est compensé, en grande partie, par une cause différente, de sorte qu'il n'y a plus contradiction entre la loi proposée et les observations astronomiques.

Était-il possible de trouver une loi, qui satisfait à la condition imposée par LORENTZ, et qui en même temps se réduisit à la loi de NEWTON toutes les fois que les vitesses des astres sont assez petites pour qu'on puisse négliger leurs carrés (ainsi que le produit des accélérations par les distances) devant le carré de la vitesse de la Lumière ?

A cette question, ainsi qu'on le verra plus loin, on doit répondre affirmativement.

La loi ainsi modifiée est-elle compatible avec les observations astronomiques ?

A première vue, il semble que oui, mais la question ne pourra être tranchée que par une discussion approfondie.

Mais en admettant même que cette discussion tourne à l'avantage de la nouvelle hypothèse, que devons-nous conclure ? Si la propagation de l'attraction se fait avec la vitesse de la lumière, cela ne peut être par une rencontre fortuite, cela doit être parce que c'est une fonction de l'éther ; et alors il faudra chercher à pénétrer la nature de cette fonction, et la rattacher aux autres fonctions du fluide.

Nous ne pouvons nous contenter de formules simplement juxtaposées et qui ne s'accorderaient que par un hasard heureux ; il faut que ces formules arrivent pour ainsi dire à se pénétrer mutuellement. L'esprit ne sera satisfait que quand il croira apercevoir la raison de cet accord, au point d'avoir l'illusion qu'il aurait pu le prévoir.

Mais la question peut encore se présenter à un autre point de vue, qu'une comparaison fera mieux comprendre. Supposons un astronome antérieur à COPERNIC et réfléchissant sur le système de PTOLÉMÉE ; il remarquera que pour toutes les planètes, un des deux cercles, épicycle ou déferent, est parcouru dans le même temps. Cela ne peut être par hasard, il y a donc entre toutes les planètes je ne sais quel lien mystérieux.

Mais COPERNIC, en changeant simplement les axes de coordonnées regardés comme fixes, fait évanouir cette apparence ; chaque planète ne décrit plus qu'un seul cercle et les durées des révolutions deviennent indépendantes (jusqu'à ce que KEPLER rétablisse entre elles le lien qu'on avait cru détruit).

Ici il est possible qu'il y ait quelque chose d'analogue ; si nous admettions le postulat de relativité, nous trouverions dans la loi de gravitation et dans les lois électromagnétiques un nombre commun qui serait la vitesse de la lumière ; et nous le retrouverions encore dans toutes les autres forces d'origine quelconque, ce qui ne pourrait s'expliquer que de deux manières :

Ou bien il n'y aurait rien au monde qui ne fût d'origine électromagnétique.

Ou bien cette partie qui serait pour ainsi dire commune à tous les phénomènes physiques ne serait qu'une apparence, quelque chose qui tiendrait à nos méthodes de

mesure. Comment faisons-nous nos mesures? En transportant, les uns sur les autres, des objets regardés comme des solides invariables, répondra-t-on d'abord; mais cela n'est plus vrai dans la théorie actuelle, si l'on admet la contraction lorentzienne. Dans cette théorie, deux longueurs égales, ce sont, par définition, deux longueurs que la lumière met le même temps à parcourir.

Peut-être suffirait-il de renoncer à cette définition, pour que la théorie de LORENTZ fût aussi complètement bouleversée que l'a été le système de PTOLEMÉE par l'intervention de COPERNIC. Si cela arrive un jour, cela ne prouvera pas que l'effort fait par LORENTZ ait été inutile; car PTOLEMÉE, quoi qu'on en pense, n'a pas été inutile à COPERNIC.

Aussi n'ai-je pas hésité à publier ces quelques résultats partiels, bien qu'en ce moment même la théorie entière puisse sembler mise en danger par la découverte des rayons magnétocathodiques.

§ 1. — Transformation de Lorentz.

LORENTZ a adopté un système particulier d'unités, de façon à faire disparaître les facteurs 4π dans les formules. Je ferai de même, et de plus je choisirai les unités de longueur et de temps de telle façon que la vitesse de la lumière soit égale à 1. Dans ces conditions les formules fondamentales deviennent, en appelant f, g, h le déplacement électrique, α, β, γ la force magnétique, F, G, H le potentiel vecteur, ψ le potentiel scalaire, ρ la densité électrique, ξ, η, ζ la vitesse de l'électron, u, v, w le courant :

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} u = \frac{df}{dt} + \rho\xi = \frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz}, \quad \alpha = \frac{dH}{dy} - \frac{dG}{dz}, \quad f = -\frac{dF}{dt} - \frac{d\psi}{dx}, \\ \frac{d\alpha}{dt} = \frac{dg}{dz} - \frac{dh}{dy}, \quad \frac{d\rho}{dt} + \sum \frac{d\rho\xi}{dx} = 0, \quad \sum \frac{df}{dx} = \rho, \quad \frac{d\psi}{dt} + \sum \frac{dF}{dx} = 0, \\ \square = \Delta - \frac{d^2}{dt^2} = \sum \frac{d^2}{dx^2} - \frac{d^2}{dt^2}, \quad \square\psi = -\rho, \quad \square F = -\rho\xi. \end{array} \right.$$

Un élément de matière de volume $dx dy dz$, subit une force mécanique dont les composantes $X dx dy dz, Y dx dy dz, Z dx dy dz$ se déduisent de la formule :

$$(2) \quad X = \rho f + \rho(\eta\gamma - \zeta\beta).$$

Ces équations sont susceptibles d'une transformation remarquable découverte par LORENTZ et qui doit son intérêt à ce qu'elle explique pourquoi aucune expérience n'est susceptible de nous faire connaître le mouvement absolu de l'univers. Posons :

$$(3) \quad x' = kl(x + \varepsilon t), \quad t' = kl(t + \varepsilon x), \quad y' = ly, \quad z' = lz,$$

l et ε étant deux constantes quelconques, et étant

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}.$$

Comme l'attraction newtonienne est proportionnelle à cette masse expérimentale, on est tenté de conclure qu'il y a quelque relation entre la cause qui engendre la gravitation et celle qui engendre ce potentiel supplémentaire.

§ 9. — Hypothèses sur la Gravitation.

Ainsi la théorie de LORENTZ expliquerait complètement l'impossibilité de mettre en évidence le mouvement absolu, si toutes les forces étaient d'origine électromagnétique.

Mais il y a des forces auxquelles on ne peut pas attribuer une origine électromagnétique comme par exemple la gravitation. Il peut arriver, en effet, que deux systèmes de corps produisent des champs électromagnétiques équivalents, c'est-à-dire exerçant la même action sur des corps électrisés et sur des courants, et que cependant ces deux systèmes n'exercent pas la même action gravifique sur les masses newtoniennes. Le champ gravifique est donc distinct du champ électromagnétique. LORENTZ a donc été obligé de compléter son hypothèse en supposant que *les forces de toute origine, et en particulier la gravitation, sont affectées par une translation (ou, si l'on aime mieux, par la transformation de LORENTZ) de la même manière que les forces électromagnétiques.*

Il convient maintenant d'entrer dans les détails et d'examiner de plus près cette hypothèse. Si nous voulons que la force newtonienne soit affectée de cette façon par la transformation de LORENTZ, nous ne pouvons plus admettre que cette force dépend uniquement de la position relative du corps attirant et du corps attiré à l'instant considéré. Elle devra dépendre en outre des vitesses des deux corps. Et ce n'est pas tout : il sera naturel de supposer que la force qui agit à l'instant t sur le corps attiré, dépend de la position et de la vitesse de ce corps à ce même instant t ; mais elle dépendra, en outre, de la position et de la vitesse du corps *attirant*, non pas à l'instant t , mais à *un instant antérieur*, comme si la gravitation avait mis un certain temps à se propager.

Envisageons donc la position du corps attiré à l'instant t_0 et soient, à cet instant, x_0, y_0, z_0 ses coordonnées, ξ, η, ζ , les composantes de sa vitesse; considérons d'autre part le corps attirant à l'instant correspondant $t_0 + t$ et soient, à cet instant, $x_0 + x, y_0 + y, z_0 + z$ ses coordonnées, ξ_1, η_1, ζ_1 , les composantes de sa vitesse.

Nous devons d'abord avoir une relation

$$(1) \quad \varphi(t, x, y, z, \xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1) = 0$$

pour définir le temps t . Cette relation définira la loi de la propagation de l'action gravifique (je ne m'impose nullement la condition que la propagation se fasse avec la même vitesse dans tous les sens).

Soient maintenant X_1, Y_1, Z_1 les 3 composantes de l'action exercée à l'instant t sur le corps attiré; il s'agit d'exprimer X_1, Y_1, Z_1 en fonctions de

$$(2) \quad t, x, y, z, \xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1.$$

Quelles sont les conditions à remplir?

1° La condition (1) ne devra pas être altérée par les transformations du groupe de LORENTZ.

2° Les composantes X_1, Y_1, Z_1 devront être affectées par les transformations de LORENTZ de la même manière que les forces électromagnétiques désignées par les mêmes lettres, c'est-à-dire conformément aux équations (11^{bis}) du § 1.

3° Quand les deux corps seront au repos, on devra retomber sur la loi ordinaire de l'attraction.

Il importe de remarquer que dans ce dernier cas, la relation (1) disparaît, car le temps t ne joue plus aucun rôle si les deux corps sont au repos.

Le problème ainsi posé est évidemment indéterminé. Nous chercherons donc à satisfaire autant que possible à d'autres conditions complémentaires :

4° Les observations astronomiques ne semblant pas montrer de dérogation sensible à la loi de NEWTON, nous choisirons la solution qui s'écarte le moins de cette loi, pour de faibles vitesses des deux corps.

5° Nous nous efforcerons de nous arranger de façon que t soit toujours négatif ; si en effet on conçoit que l'effet de la gravitation demande un certain temps pour se propager, il serait plus difficile de comprendre comment cet effet pourrait dépendre de la position *non encore atteinte* par le corps attirant.

Il y a un cas où l'indétermination du problème disparaît ; c'est celui où les deux corps sont en repos *relatif* l'un par rapport à l'autre, c'est-à-dire où :

$$\xi = \xi_1, \quad \eta = \eta_1, \quad \zeta = \zeta_1;$$

c'est donc le cas que nous allons examiner d'abord, en supposant que ces vitesses sont constantes, de telle sorte que les deux corps sont entraînés dans un mouvement de translation commun, rectiligne et uniforme.

Nous pourrions supposer que l'axe des x a été pris parallèle à cette translation, de telle façon que $\eta = \zeta = 0$, et nous prendrions $\varepsilon = -\xi$.

Si dans ces conditions nous appliquons la transformation de LORENTZ, après la transformation les deux corps seront au repos et l'on aura :

$$\xi' = \eta' = \zeta' = 0.$$

Alors les composantes X'_1, Y'_1, Z'_1 devront être conformes à la loi de NEWTON et on aura, à un facteur constant près :

$$(3) \quad \begin{cases} X'_1 = -\frac{x'}{r'^3}, & Y'_1 = -\frac{y'}{r'^3}, & Z'_1 = -\frac{z'}{r'^3}, \\ r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2. \end{cases}$$

Mais on a, d'après le § 1 :

$$x' = k(x + \varepsilon t), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = k(t + \varepsilon x),$$

$$\frac{\rho'}{\rho} = k(1 + \xi \varepsilon) = k(1 - \varepsilon^2) = \frac{1}{k}, \quad \sum X_1 \xi = -X_1 \varepsilon,$$

$$X'_i = k \frac{\rho}{\rho'} (X_i + \varepsilon \sum X_i \xi) = k^2 X_i (1 - \varepsilon^2) = X_i,$$

$$Y'_i = \frac{\rho}{\rho'} Y_i = k Y_i,$$

$$Z'_i = k Z_i.$$

On a d'ailleurs :

$$x + \varepsilon t = x - \xi t, \quad r'^2 = k^2 (x - \xi t)^2 + y^2 + z^2$$

et

$$(4) \quad X_i = \frac{-k(x - \xi t)}{r'^3}, \quad Y_i = \frac{-y}{k r'^3}, \quad Z_i = \frac{-z}{k r'^3};$$

ce qui peut s'écrire :

$$(4^{bis}) \quad X_i = \frac{dV}{dx}, \quad Y_i = \frac{dV}{dy}, \quad Z_i = \frac{dV}{dz}; \quad V = \frac{1}{kr'}.$$

Il semble d'abord que l'indétermination subsiste, puisque nous n'avons fait aucune hypothèse sur la valeur de t , c'est-à-dire sur la rapidité de la transmission; et que d'ailleurs x est fonction de t ; mais il est aisé de voir que $x - \xi t$, y , z , qui figurent seuls dans nos formules, ne dépendent pas de t .

On voit que si les deux corps sont simplement animés d'une translation commune, la force qui agit sur le corps attiré est normale à un ellipsoïde ayant pour centre le corps attirant.

Pour aller plus loin il faut chercher les *invariants du groupe de LORENTZ*.

Nous savons que les substitutions de ce groupe (en supposant $l = 1$) sont les substitutions linéaires qui n'altèrent pas la forme quadratique

$$x^2 + y^2 + z^2 - t^2.$$

Posons d'autre part :

$$\xi = \frac{\delta x}{\delta t}, \quad \eta = \frac{\delta y}{\delta t}, \quad \zeta = \frac{\delta z}{\delta t};$$

$$\xi_i = \frac{\delta_i x}{\delta_i t}, \quad \eta_i = \frac{\delta_i y}{\delta_i t}, \quad \zeta_i = \frac{\delta_i z}{\delta_i t};$$

nous voyons que la transformation de LORENTZ aura pour effet de faire subir à δx , δy , δz , δt , et à $\delta_i x$, $\delta_i y$, $\delta_i z$, $\delta_i t$ les mêmes substitutions linéaires qu'à x , y , z , t .

Regardons

$$\begin{array}{cccc} x, & y, & z & t\sqrt{-1}, \\ \delta x, & \delta y, & \delta z, & \delta t\sqrt{-1}, \\ \delta_i x, & \delta_i y, & \delta_i z, & \delta_i t\sqrt{-1}, \end{array}$$

comme les coordonnées de 3 points P , P' , P'' dans l'espace à 4 dimensions. Nous voyons que la transformation de LORENTZ n'est qu'une rotation de cet espace autour de l'origine, regardée comme fixe. Nous n'aurons donc pas d'autres invariants distincts que les 6 distances des 3 points P , P' , P'' entre eux et à l'origine, ou, si l'on aime

par $-r\xi_1$, ce qui donne:

$$X_1 = \alpha(x + \xi_1 r) = \alpha x_1.$$

La loi de NEWTON donnerait

$$X_1 = -\frac{x_1}{r_1^3}.$$

Nous devons donc choisir, pour l'invariant α , celui qui se réduit à $-\frac{1}{r_1^3}$ à l'ordre d'approximation adopté, c'est-à-dire $\frac{1}{B^3}$. Les équations (9) deviendront:

$$(11) \quad \begin{cases} X_1 = \frac{x}{k_0 B^3} - \xi_1 \frac{k_1 A}{k_0 B^3 C}, \\ Y_1 = \frac{y}{k_0 B^3} - \eta_1 \frac{k_1 A}{k_0 B^3 C}, \\ Z_1 = \frac{z}{k_0 B^3} - \zeta_1 \frac{k_1 A}{k_0 B^3 C}, \\ T_1 = -\frac{r}{k_0 B^3} - \frac{k_1 A}{k_0 B^3 C}. \end{cases}$$

Nous voyons d'abord que l'attraction corrigée se compose de deux composantes; l'une parallèle au vecteur qui joint les positions des deux corps, l'autre parallèle à la vitesse du corps attirant.

Rappelons que quand nous parlons de la position ou de la vitesse du corps attirant, il s'agit de sa position ou de sa vitesse au moment où l'onde gravifique le quitte; pour le corps attiré, au contraire, il s'agit de sa position ou de sa vitesse du moment où l'onde gravifique l'atteint, cette onde étant supposée se propager avec la vitesse de la lumière.

Je crois qu'il serait prématuré de vouloir pousser plus loin la discussion de ces formules; je me bornerai donc à quelques remarques.

1° Les solutions (11) ne sont pas uniques; on peut, en effet, remplacer $\frac{1}{B^3}$, qui entre en facteur partout, par

$$\frac{1}{B^3} + (C - 1)f_1(A, B, C) + (A - B)^2 f_2(A, B, C),$$

f_1 et f_2 étant des fonctions arbitraires de A, B, C , ou encore ne plus prendre β nul, mais ajouter à α, β, γ des termes complémentaires quelconques, pourvu qu'ils satisfassent à la condition (10) et qu'ils soient du 2^d ordre par rapport aux ξ , en ce qui concerne α , et du 1^{er} ordre en ce qui concerne β et γ .

2° La 1^{ère} équation (11) peut s'écrire:

$$(11^{bis}) \quad X_1 = \frac{k_1}{B^3 C} [x(1 - \sum \xi \xi_1) + \xi_1(r + \sum x \xi)]$$

et la quantité entre crochets peut, elle-même, s'écrire:

$$(12) \quad (x + r\xi_1) + \eta(\xi, y - x\eta_1) + \zeta(\xi, z - x\zeta_1),$$

de sorte que la force totale peut être partagée en trois composantes correspondant aux trois parenthèses de l'expression (12); la première composante a une vague analogie avec la force mécanique due au champ électrique, les deux autres avec la force mécanique due au champ magnétique; pour compléter l'analogie je puis, en vertu de la 1^{ère} remarque, remplacer dans les équations (11) $\frac{1}{B^3}$ par $\frac{C}{B^3}$, de façon que X_1, Y_1, Z_1 ne dépendent plus que linéairement de la vitesse ξ, η, ζ du corps attiré, puisque C a disparu du dénominateur de (11^{bis}).

Posons alors:

$$(13) \quad \begin{cases} k_1(x + r\xi_1) = \lambda, & k_1(y + r\eta_1) = \mu, & k_1(z + r\zeta_1) = \nu, \\ k_1(\eta_1 z - \zeta_1 y) = \lambda', & k_1(\zeta_1 x - \xi_1 z) = \mu', & k_1(\xi_1 y - x\eta_1) = \nu'; \end{cases}$$

il viendra, C ayant disparu du dénominateur de (11^{bis}):

$$(14) \quad \begin{cases} X_1 = \frac{\lambda}{B^3} + \frac{\eta\nu' - \zeta\mu'}{B^3}, \\ Y_1 = \frac{\mu}{B^3} + \frac{\zeta\lambda' - \xi\nu'}{B^3}, \\ Z_1 = \frac{\nu}{B^3} + \frac{\xi\mu' - \eta\lambda'}{B^3}; \end{cases}$$

et on aura d'ailleurs:

$$(15) \quad B^2 = \sum \lambda^2 - \sum \lambda'^2.$$

Alors λ, μ, ν , ou $\frac{\lambda}{B^3}, \frac{\mu}{B^3}, \frac{\nu}{B^3}$, est une espèce de champ électrique, tandis que

λ', μ', ν' , ou plutôt $\frac{\lambda'}{B^3}, \frac{\mu'}{B^3}, \frac{\nu'}{B^3}$, est une espèce de champ magnétique.

3^o Le postulat de relativité nous obligerait à adopter la solution (11) ou la solution (14) ou l'une quelconque des solutions qui s'en déduiraient à l'aide de la 1^{ère} remarque; mais la première question qui se pose est celle de savoir si elles sont compatibles avec les observations astronomiques; la divergence avec la loi de NEWTON est de l'ordre de ξ^2 , c'est-à-dire 10000 fois plus petite que si elle était de l'ordre de ξ , c'est-à-dire si la propagation se faisait avec la vitesse de la lumière, *ceteris non mutatis*; il est donc permis d'espérer qu'elle ne sera pas trop grande. Mais une discussion approfondie pourra seule nous l'apprendre.

Paris, juillet 1905.

H. POINCARÉ.

CONCLUSIONS: Première Partie:

Je donne ici mes Premières Conclusions sur ce sujet : Constat de situation et Faits.

Le sujet sera continué dans la 2^e Séance du 19 MAI 2016

Les Faits :

1. La contribution pionnière de Poincaré à la théorie de la Relativité est prouvée par ses travaux, comme nous venons de le voir, et de le décrire (je les résume sommairement ici):

Poincaré, entre autres contributions introduit le Principe de Relativité. Complète, donne la formulation correcte et donne le nom aux « transformations de Lorentz », construit et forme le groupe qu'il appelle « groupe de Lorentz » (je l'appelle groupe de Lorentz Poincaré). Conclut que la vitesse de la lumière est finie et qu'elle est une constante fondamentale. Applique pour la première fois le groupe de Lorentz Poincaré à la loi de gravitation de Newton pour donner une généralisation de celle-ci. Pose l'espace et le temps, introduit les invariants du groupe de Lorentz Poincaré et la métrique invariante: $x^2 + y^2 + z^2 - t^2$. Pose la relativité des longueurs et leur mesure. Calcule les corrections en v^2/c^2 à la loi de Newton et formule pour la première fois le concept des ondes du champ gravitationnel qu'il appelle « ondes gravifiques »... Et Tout cela en 1905 dans son travail dans Les Rendiconti del Circolo Matematico de Palermo, aussi dit en France « Le Mémoire de Palermo » que nous avons exposé. Je cite ici Poincaré : « Et ce n'est pas tout.. » Nous y reviendrons sur ce point le 19 mai...).

2. Sauf exceptions, Poincaré n'a pas été cité pour la Relativité. Ni dans son temps. Ni après. Ni dans l'actualité, comme il se doit: C'est à dire: La contribution essentielle de Poincaré à la Relativité dans son temps, et pionnière n'a pas été citée ni diffusée, comme il se doit, et, sauf exceptions, elle n'a pas été connue ni reconnue comme il se doit:

Ni dans l'immense littérature scientifique sur la Relativité et son audience.

Ni dans les livres de texte sur la Relativité...ni dans la majorité des cours, A tous les niveaux.... Ni envers le grand public.....

**3. Ces faits et manque de citation/reconnaissance sont encore plus significatifs
étant donné:**

(a). La grande médiatisation et le grand intérêt de la Relativité : travaux de recherche, médiatisation et intérêt dans le passé lointain, récent, plus récent et dans l'actualité de la Relativité..... tout au long des 100 dernières années ...

dans la presse scientifique et non scientifique....

Cela s'applique aussi à l'histoire de la Relativité....

(b) Peut être, il m'est plus frappant de découvrir et constater cela en étant en France, le lieu où Poincaré est né, vécu, travaillé, donné des cours et conférences, construit toute son œuvre et décédé.... et où se trouvent les archives et œuvres de Poincaré éditées...

Par exemple, dans la biographie scientifique de Poincaré dans le site [www actuel institutionnel de l'institut qui porte le nom Henri Poincaré à Paris](http://www.institut-poincaré.fr), la contribution de Poincaré à la Relativité n'y pas mentionnée. La conférence sur l'histoire de la Relativité (lien vidéo y figurant dans le même site) dans la série « 100 ans de la Relativité » Ne mentionne pas Poincaré non plus.

4. En 2012, à l'occasion des 100 ans de la mort de Poincaré, et par la suite, plusieurs conférences et travaux ont discuté la contribution de Poincaré à la Relativité. Le point crucial de ces travaux, certains décrivant avec détail les contributions de Poincaré, sont les conclusions : La plupart, sauf exceptions, justifient à posteriori c'est-à-dire aujourd'hui – avec les arguments de la théorie de la Relativité accomplie- pourquoi Poincaré n'est pas cité. Pour expliquer pourquoi Poincaré n'est pas cité ils soulignent ce que Poincaré n'a pas fait (par rapport à Einstein). Et le résultat effectif de tout cela (implicite ou explicite, et même sans le vouloir) est l'explication et justification de la non-citation....

5. Au contraire, Je conclus ici : (i) Ce que Poincaré a contribué à la Relativité justifie d'être cité dans la Grande Bibliographie de la Relativité. (ii) Ce que Poincaré « n'a pas fait » en Relativité n'enlève rien à ce qu'il a contribué, ne

justifie en rien le fait que Poincaré n'est pas cité et ne justifie pas non plus que le nom de Poincaré ne soit pas associé à la Relativité. Lorentz est associé à la Relativité, Poincaré doit l'être aussi.

(iii) Le problème de la non-citation ou citation de Poincaré Je ne le pose pas en termes d'« Einstein ». Je ne le pose pas en termes de « Poincaré versus Einstein » ou d' « Einstein versus Poincaré »....

Le problème de la non-citation ou citation de Poincaré Je le pose en termes de « Poincaré », en termes de « Poincaré et la Relativité » et d'une grande réparation à faire :

Il s'agit de la citation , diffusion, de faire connaître, la contribution pionnière de Poincaré à la Relativité.

Il faut placer la contribution pionnière de Poincaré dans son temps et contexte sans faire d'erreur dans la conclusion : il faut citer Poincaré : Poincaré est le lien essentiel entre Lorentz et Einstein, et dans l'ordre:

Lorentz-Poincaré- Einstein:

Lorentz et Einstein sont toujours cités pour la Relativité mais pas Poincaré

(iv) Il faut Inclure le nom de Poincaré dans la Liste des Grandes Références de la Relativité et dans l'Histoire de la Relativité. Et de le faire bien connaître. « Une grande réparation à faire dans le grand chapitre de la Relativité ».

E t même en incluant Poincaré dans l' ensemble des différentes figures scientifiques dans le chemin vers la Relativité, il ne faut pas oublier de signaler que Poincaré est le seul dont la contribution pionnière n'a pas été citée Les explications des causes de la non-citation de Poincaré (je ne les traités pas ici) ne doivent pas faire oublier l'essentiel : réparer les faits : réparer « l'oubli » sur la contribution de Poincaré à la Relativité, réparer « le vide » existant sur Poincaré dans la Relativité

Je finis ici avec la phrase de Poincaré 1905:

« Et ce n'est pas tout... »....

Suite dans la prochaine Séance